

**CONCOURS INTERNE DE RECRUTEMENT
D'INGENIEURS DES TRAVAUX PUBLICS
SESSION 2025**

Épreuve n° 3 d'admissibilité : Composition de sciences physiques

Durée : 4h	Coefficient : 4	Dossier documentaire : 8 pages	Sujet complet : 9 pages
------------	-----------------	-----------------------------------	----------------------------

Composition de sciences physiques consistant en la résolution d'une série d'exercices.

Toute note strictement inférieure à 6 sur 20 est éliminatoire.

À LIRE ATTENTIVEMENT AVANT DE TRAITER LE SUJET

Modèle CMEN v2 UNEDTPEC	Numéro de famille : N O M _____
	Prénom(s) : P R E N O M _____
	Numéro d'inscription : 3 5 7 Né(e) le : 2 7 / 0 3 / 1 9 7 7

- Le bandeau situé en haut de chacune des feuilles de composition doit être rempli en totalité (**code concours, code épreuve, spécialité, y compris le numéro d'inscription communiqué dans leur convocation**).
- L'usage d'un dictionnaire et de tout autre document est interdit.
- L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.
- Les candidats ne doivent pas faire de marge sur leur copie.
- Les copies devront être correctement paginées. Pagination d'une copie double sur 4 (1/4, 2/4, ...), deux copies doubles sur 8 (1/8, 2/8, ...), etc.
- Aucun signe distinctif ne doit apparaître dans la copie : nom ou nom fictif, signature, paraphe et symboles sont interdits.
- Seul l'usage d'un stylo à bille noir ou bleu est autorisé (feutre et stylo friction sont interdits). L'utilisation d'une autre couleur, pour écrire ou souligner, pouvant être considérée comme un signe distinctif, est proscrite.
- Aucun liquide blanc ni ruban correcteur ne doit être employé (une telle utilisation empêcherait la correction de la copie). Toute correction se fait par rature, de préférence à la règle.
- Les feuilles de brouillon, ou tout autre document, ne sont pas considérées comme faisant partie de la copie et ne feront pas l'objet d'une correction. Ils ne doivent pas être joints à la copie.

Le non-respect des règles ci-dessus peut entraîner une sanction par le jury.

Épreuve de physique

- Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
- Les candidats sont invités à encadrer les réponses aux questions.
- Si au cours de l'épreuve, un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.
- L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.
- Les grandeurs complexes sont soulignées et on note j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.
- Le sujet est comporté de 4 parties indépendantes.

1 Enceinte Hi-fi

Lors de la restitution de la musique en qualité haute-fidélité (Hi-fi), les hauts-parleurs sont conçus pour transmettre préférentiellement certaines fréquences. Un boomer est un haut-parleur basse fréquence et un tweeter peut restituer les fréquences audio haute fréquence. Les deux types hauts-parleurs peuvent être combinés dans une enceinte acoustique (Figure de gauche) pour reproduire toute la gamme audio d'intérêt et fournir la réponse optimale en fréquence d'un son.

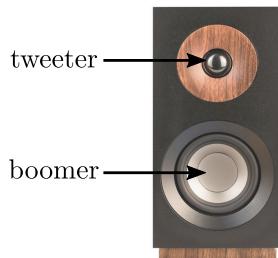


Figure 1.1.a

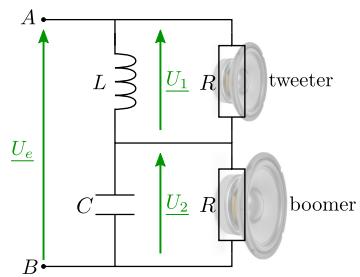


Figure 1.1.b

- Q.1.** Par une étude à hautes et basses fréquences, montrer que les basses fréquences sont transmises au boomer et les hautes fréquences au tweeter.
- Q.2.** Montrer que l'impédance \underline{Z} équivalente au circuit entre les bornes A et B est donné par :

$$\underline{Z} = R \frac{(1 - LC\omega^2) + 2j\frac{L}{R}\omega}{(1 + jRC\omega) \left(1 + j\frac{L}{R}\omega\right)}$$

- Q.3.** On choisit L et C tel que $\underline{Z} = R$ ($R = 8 \Omega$). Montrer que cela impose la relation suivante : $RC = \frac{L}{R}$.

Par la suite on pose $\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{R}{L}$.

- Q.4.** Montrer que la fonction de transfert \underline{H}_1 reliant la tension aux bornes du tweeter \underline{U}_1 et celle en entrée de l'enceinte \underline{U}_e est

$$\underline{H}_1(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

- Q.5.** Exprimer sa fréquence f_c de coupure à -3 dB en fonction de R et L .
- Q.6.** Établir la fonction de transfert \underline{H}_2 reliant la tension aux bornes du boomer \underline{U}_2 et celle en entrée de l'enceinte \underline{U}_e .
- Q.7.** Exprimer sa fréquence f_{c2} de coupure à -3 dB en fonction de R et C . Comparer f_{c1} et f_{c2} .

On donne ci-après un diagramme de Bode représentant les gains en décibels du boomer et du tweeter :

- Q.8.** Associer chaque courbe de gain ((a) et (b)) à son haut-parleur (tweeter ou boomer) en justifiant la réponse.
- Q.9.** Sur quelle plage de fréquences sont représentées les courbes de gains. Justifier ce choix.
- Q.10.** Déterminer les valeurs de L et C dans le circuit en détaillant le raisonnement.
- Q.11.** Un signal audio de fréquence $f = 300$ Hz et d'amplitude $U_{em} = 100$ mV est envoyé sur l'enceinte étudiée. Déterminer les amplitudes U_{1m} et U_{2m} aux bornes du tweeter et du boomer à l'aide du diagramme de Bode.

Ces résultats sont-ils conformes au fonctionnement de l'enceinte Hi-fi ?

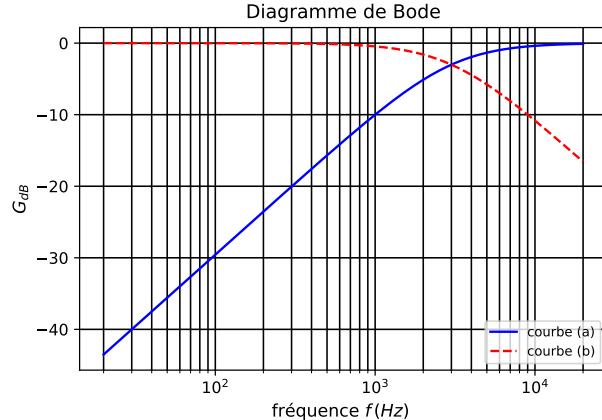


Figure 1.2

- Q.12.** On intercale entre U_1 et le tweeter, le filtre de la figure 1.3.a, de fonction de transfert H_3 . En choisissant judicieusement les valeurs des composants L' et C' en fonction de R , on montre que l'on peut réduire cette fonction de transfert à

$$H_3 = \frac{U_3}{U_1} = \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_0'}}{1 - j \frac{\omega}{\omega_0'}} \text{ avec } \omega_0' = \frac{1}{\sqrt{L' C'}}$$

En étudiant la fonction de transfert H_3 , expliquer l'utilisation d'un tel filtre sur la conception d'une enceinte.

Cette question n'est pas guidée et demande de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées ; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées.

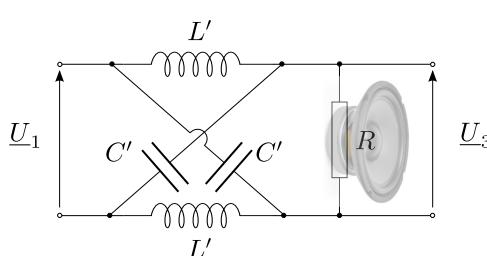


Figure 1.3.a

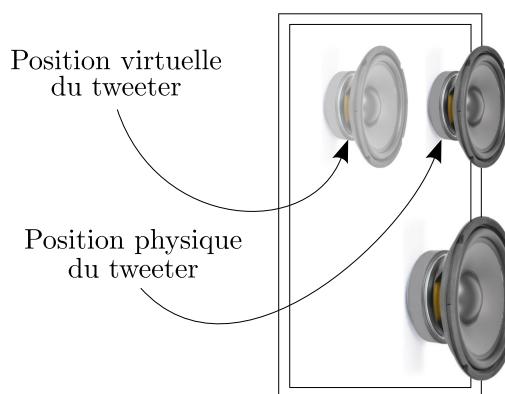


Figure 1.3.b

Fin de la partie 1

2 Impédance motionnelle d'un haut parleur

On considère le modèle du haut-parleur dans la géométrie simplifiée des rails de Laplace. Les rails sont horizontaux et l'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$. La barre $[CD]$, de masse m et de longueur ℓ est la seule partie mobile. Elle est liée mécaniquement aux parties fixes du circuit par un ressort de raideur k , qui ne joue aucun rôle électrique. En plus de la réaction normale, les rails exercent sur la barre une force de frottements $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ (avec $\lambda > 0$), où \vec{v} est la vitesse de la barre par rapport aux rails. La barre, en se déplaçant, entraîne avec elle une membrane qui émet des ondes sonores. De ce fait, la barre est soumise à une force de frottement supplémentaire $\vec{F}_{son} = -\alpha\vec{v}$, avec $\alpha > 0$. On note L le coefficient d'auto-inductance. (cela tient compte du fait que le circuit d'un vrai haut-parleur est bobiné). Ce circuit déformable est alimenté par un générateur de force électromotrice $\mathcal{E}(t) = E_m \cos(\omega t)$, où $E_m > 0$ et ω est la pulsation temporelle.



Figure 2.1.a

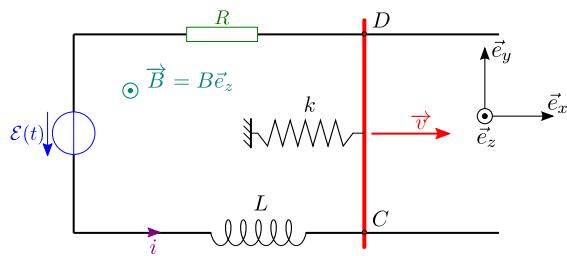


Figure 2.1.b

On note a la longueur du rectangle formé par le circuit lorsque l'ensemble est à l'équilibre mécanique (ressort ni tendu ni comprimé). On note x l'écart algébrique de position de la barre par rapport à cet état d'équilibre.

- Q.13.** Déterminer le schéma électrique équivalent et montrer que l'équation électrique vérifiée par l'intensité i est

$$\mathcal{E}(t) - B\ell \frac{dx}{dt} - L \frac{di}{dt} = Ri$$

- Q.14.** Montrer que l'équation mécanique vérifiée par la position $x(t)$ de la barre est

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = i\ell B - (\alpha + \lambda) v - kx$$

- Q.15.** Le découplage des équations obtenues est-il simple ?

Expliquer les éventuelles difficultés qui apparaissent.

- Q.16.** Expliquer pourquoi est-il légitime de traiter le problème en utilisant la notation complexe.

Pour la suite, on notera $\underline{\mathcal{E}}(t) = E_m \exp(j\omega t)$, $\underline{x}(t) = X_m \exp(j\omega t)$ et $\underline{i}(t) = I_m \exp(j\omega t)$.

- Q.17.** En éliminant \underline{x} des équations, établir une relation de la forme $\underline{\mathcal{E}} = \underline{Z}i$.

- Q.18.** En déduire que, du point de vue électrique, le haut-parleur est équivalent au schéma de la figure suivante, où R_m , L_m et C_m sont à déterminer en fonction de B , ℓ ,

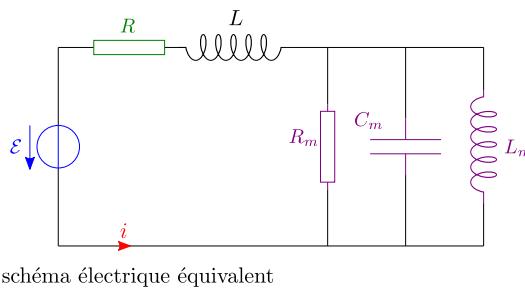


Figure 2.2

- Q.19.** Pourquoi l'association en parallèle de R_m , L_m et C_m est-elle appelée impédance motionnelle ?

Le haut-parleur est directement relié à un oscilloscope. On laisse tomber une balle de Ping-Pong sur le centre de la membrane et on réalise une acquisition du signal recueilli. Deux rebonds sont enregistrés par le dispositif.

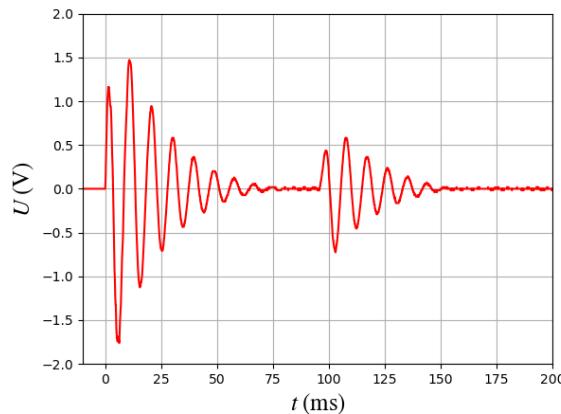


Figure 2.3

La tension est alors de la forme

$$u(t) = u_{\max} e^{-\frac{\omega_0}{2Q} t} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

- Q.20.** Déterminer les valeurs de ω_0 et Q pour ce haut parleur en expliquant votre démarche.

Cette question n'est pas guidée et demande de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées ; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées.

Fin de la partie 2

3 Propagation de la lumière dans une fibre optique

Cette partie concerne l'étude de la propagation de la lumière dans une fibre optique dans le cadre de l'optique géométrique.

Une fibre optique à saut d'indice, représentée sur la figure suivante est formée d'un cœur cylindrique en verre d'axe (Ox), de diamètre $2a$ et d'indice n entouré d'une gaine optique d'indice n_1 légèrement inférieur à n . Les deux milieux sont supposés homogènes, isotropes, transparents et non chargés. Un rayon situé dans le plan (xOy) entre dans la fibre en O avec un angle d'incidence θ .

Les rayons lumineux sont supposés issus d'une radiation monochromatique de fréquence f , de pulsation ω et de longueur d'onde λ dans le milieu constituant le cœur.

Les différents angles utiles sont représentés sur la figure suivante.

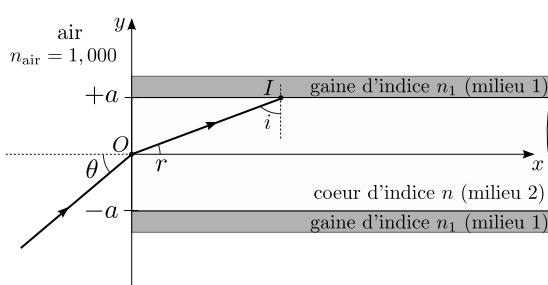


Figure 3.1.a) Fibre optique en coupe

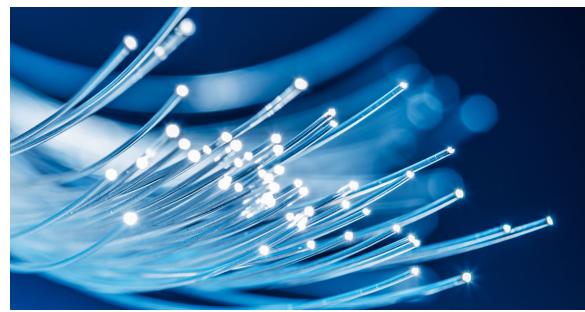


Figure 3.1.b) Photo de plusieurs fibres optiques

- Q.21.** À quelle condition sur i , l'angle d'incidence à l'interface cœur/gaine, le rayon reste-t-il confiné à l'intérieur du cœur ?

On note i_l l'angle d'incidence limite.

- Q.22.** Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence θ est inférieur à un angle limite θ_l dont on exprimera le sinus en fonction de n et i_l .

En déduire l'expression de l'ouverture numérique $ON = \sin \theta_l$ de la fibre en fonction de n et n_1 uniquement.

- Q.23.** Donner la valeur numérique de ON pour $n = 1,50$ et $n_1 = 1,47$.

On considère une fibre optique de longueur L . Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence θ variable compris entre 0 et θ_l . On note c la vitesse de la lumière dans le vide.

- Q.24.** Pour quelle valeur de l'angle θ , le temps de parcours de la lumière dans la fibre est-il minimal ? Est-il maximal ?

- Q.25.** Exprimer alors l'intervalle de temps δt entre le rayon de parcours minimal et maximal en fonction de L , c , n et n_1 .

- Q.26.** On pose $2\Delta = 1 - (n_1/n)^2$. On admet que pour les fibres optiques $\Delta \ll 1$.

Donner dans ce cas l'expression approchée de δt en fonction de L , c , n et Δ .

On conservera cette expression de δt pour la suite du problème.

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse d'une durée caractéristique $t_0 = t_2 - t_1$ formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et θ_l . La figure 3.2. suivante représente l'allure de l'amplitude A du signal lumineux en fonction du temps t .

- Q.27.** Reproduire la figure 3.2. en ajoutant à la suite l'allure du signal lumineux à la sortie de la fibre. Quelle est la durée du temps caractéristique t'_0 de l'impulsion lumineuse en sortie de la fibre ?

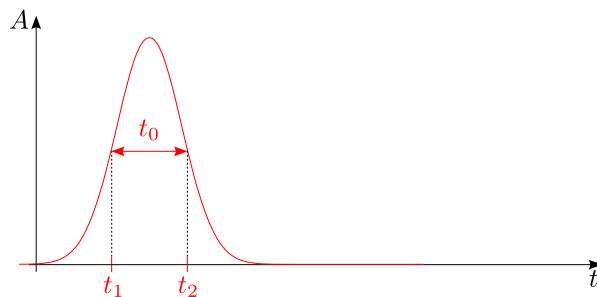


Figure 3.2 Impulsion lumineuse en entrée de fibre

Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses (appelées "bits") périodiquement avec une fréquence d'émission F .

- Q.28.** En supposant t_0 négligeable devant δt , quelle condition portant sur la fréquence d'émission F exprime le non-recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre optique ?

Pour une fréquence F donnée, on définit la longueur maximale L_{\max} de la fibre optique permettant d'éviter le phénomène de non recouvrement des impulsions. On appelle bande passante de la fibre le produit $B = L_{\max} \times F$.

- Q.29.** Exprimer la bande passante B en fonction de c , n et Δ .

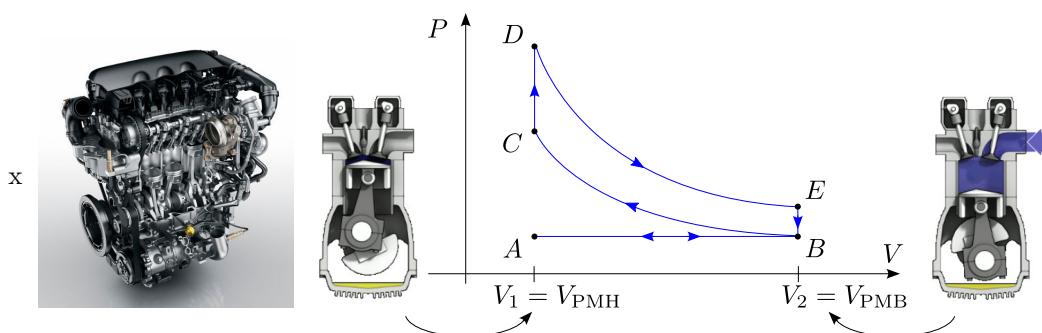
- Q.30.** Calculer la valeur numérique de Δ et de la bande passante B (exprimée en MHz.km) avec les valeurs n et n_1 données dans la question 3.

Pour un débit d'information de $F = 100 \text{ Mbits.s}^{-1} = 100 \text{ MHz}$, quelle longueur maximale de fibre optique peut-on utiliser pour transmettre le signal ?

Commenter la valeur de L_{\max} obtenue.

Fin de la partie 3

4 Moteur 1,2 Puretech



Ce moteur, connu sous sa dénomination commerciale 1,2 Puretech, équipe en particulier les Peugeot 108, 208 et 2008, les Citroën C1, C3, C4 Cactus ainsi que la DS3. Compte tenu de la faible proportion d'essence dans le mélange air-essence, celui-ci sera assimilé uniquement à l'air qu'il contient, lui-même considéré comme un gaz parfait diatomique.

Caractéristiques techniques

- Architecture : 3 cylindres en ligne
- Puissance maximale : 82 ch à 5 750 tr/min
- Rapport volumétrique de compression : $\delta = \frac{V_{PMB}}{V_{PMH}} = \frac{V_2}{V_1} = 11$
- Cylindrée : $V_{Cylindrée} = 1199 \text{ cm}^3$ (la cylindrée d'un moteur à combustion interne correspond au volume d'air aspiré par l'ensemble des cylindres du moteur lors un cycle).

Peugeot équipée du moteur EB2

- Consommation mixte (donnée constructeur) : 4,3 L/100km.
- Consommation mixte (Essai Autoplus n°1 450) : 5,7 L/100km.
- Rejet moyen de CO₂ donné par constructeur : 99 g/km.

Données thermodynamiques

- Constante des gaz parfait : $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Pression atmosphérique : $P_0 = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Température extérieure moyenne : $T_0 = 300 \text{ K}$
- Composition molaire de l'atmosphère : 20 % de O₂ et 80 % de N₂
- Rapport des capacités thermiques mélange air-essence : $\gamma = C_p/C_v = 1,4$

SP98 - Octane de formule brute C₈H₁₈

- masse volumique SP98 : $\rho = 720 \text{ kg.m}^{-3}$.
- Masse molaire : 114 g.mol⁻¹
- Enthalpie de réaction de combustion de l'octane (SP98) : $\Delta H = -5068 \text{ kJ/mol}$

Principe du moteur à quatre temps

Dans un moteur multicylindre à 4 temps, le volant est relié à un vilebrequin qui assure le synchronisme du fonctionnement des pistons des différents cylindres.

Le moteur suit un cycle de Beau de Rochas représenté pour un des trois cylindres.

- AB : admission isobare et isotherme du mélange air-essence,
- BC : compression adiabatique réversible,
- CD : compression isochore,
- DE : détente adiabatique réversible,
- EB : refroidissement isochore,
- BA : échappement isobare et isotherme.

Dans la suite du problème, le modèle adopté est celui du cycle idéal décrit à pleine puissance par le moteur EB2 et synthétisé dans le tableau suivant

Point	A	B	C	D	E
P (bar)	1	1	P_C	P_D	4
V (cm ³)	40	440	40	40	440
T (K)	300	300	T_C	2820	1193

- Q.31.** Déterminer les valeurs manquantes : P_C , P_D , T_C .
- Q.32.** Déterminer la valeur numérique du travail W_{BC} reçu par le gaz au cours de la compression BC .
- Q.33.** Déterminer le transfert thermique Q_{CD} reçu par le gaz au cours de l'explosion CD .
- Q.34.** On donne : $|W_{DE}| = 708 \text{ J}$ et $|Q_{EB}| = 330 \text{ J}$. Déterminer la valeur numérique du rendement R_{dt} du cycle (rendement théorique).
- Q.35.** Reconstruire l'expression du rendement d'un cycle de Carnot dont les températures extrémales sont : T_{fr} pour la source froide et T_{ch} pour la source chaude. Comparer le rendement R_{dt} trouvé précédemment avec celui d'un cycle de Carnot pour lequel : $T_{fr} = 300 \text{ K}$ et $T_{ch} = 2820 \text{ K}$. Conclure.

Calcul de la puissance maximale du moteur :

- Q.36.** Écrire la réaction de combustion de l'octane C_8H_{18} composant principal du carburant SP98.
- Q.37.** On assimile l'air à un gaz parfait contentant 20% d'oxygène.
Pourquoi peut-on écrire que la quantité de matière d'octane utilisé est donnée par

$$n = \frac{2}{25} \times \frac{1}{5} \times \frac{P_0 V_{\text{Cylindrée}}}{RT_0}$$

Faire l'application numérique.

- Q.38.** Pour un régime moteur de 5750 tr/min, calculer numériquement le temps τ de parcours du cycle thermodynamique.
Pour un moteur 4 temps, la durée du cycle est deux fois la durée d'un cycle moteur car il faut 2 aller-retours du piston pour effectuer un cycle thermodynamique moteur.
- Q.39.** On donne l'enthalpie de réaction de combustion de l'octane SP98, c'est à dire l'énergie libérée par la réaction de combustion pour une mole d'octane : $\Delta H = -5068 \text{ kJ/mol}$.
En déduire la puissance thermique \mathcal{P}_{ch} dégagée par la combustion de l'octane.
- Q.40.** Ce cycle est-il compatible avec la puissance maximale de 82 Ch à 5750 tr/min annoncée par le constructeur ? Commenter.
On donne la conversion 1 ch = 735,4 W.

Calcul de la consommation et rejet de CO_2 :

- Q.41.** On supposera que ce cycle correspond aussi à celui décrit par une Peugeot 108 lors d'une utilisation autoroutière effectuée à la vitesse stabilisée de 130 km/h, le moteur tournant alors au régime de 3 600 tr/min. La consommation molaire par cycle thermodynamique est mesurée à $3,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ de carburant par cycle thermodynamique.
Évaluer dans ces conditions d'utilisation la consommation d'essence exprimée en L/100 km, ainsi que le rejet de CO_2 exprimé en g/km.

Fin de la partie 4