

CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT :

► d'INGÉNIEURS DES ÉTUDES ET DE L'EXPLOITATION DE
L'AVIATION CIVILE (I.E.E.A.C.)

&

► d'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE
(I.C.N.A.)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

PHYSIQUE

Durée : 3 heures

IEEAC : Coefficient 3

ICNA : Coefficient 2

Cette épreuve comporte :

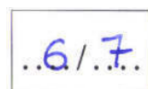
- 1 page de garde (recto)
- 1 page de consignes (recto)
- 1 page d'avertissement (recto)
- 6 pages de sujet numérotées de 1 à 6 (recto-verso)

TOUT DISPOSITIF ELECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

- 1) Vous devez composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille ou feutre à encre foncée noire.
- 2) Les effaceurs correcteurs (comme le tippex) sont interdits car ils peuvent laisser des résidus sur les vitres du scanner lors de la numérisation des copies.
- 3) Numéroté chaque page de composition pour faciliter la correction de la copie (il n'est pas nécessaire de numéroté les pages entièrement blanches) dans la zone prévue en bas à droite de chaque copie.

Par exemple, pour la 6^e page d'une copie comportant 7 pages de composition et une page blanche, numéroté ainsi la page 6 sur 7 :



- 4) Vous devez composer uniquement sur les supports de composition officiels pour l'épreuve.
- 5) Aucun brouillon ne sera ramassé.

AVERTISSEMENT

L'utilisation des calculatrices est interdite.

Les applications numériques seront effectuées et exprimées avec 2 chiffres significatifs afin d'avoir une idée de la grandeur physique attendue.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les candidats travailleront avec les expressions littérales et n'effectueront l'application numérique qu'à la fin. Les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Les candidats répartiront leur temps entre les trois exercices qui constituent cette épreuve. Le premier exercice porte sur l'étude d'un looping, le second traite d'un filtrage de signaux et le troisième de l'effet de cave.

EXERCICE n°1 : LOOPING

Pour les fêtes de Noël, une petite fille a reçu cette belle piste de course (Figure 1a).

Une voiture miniature, assimilée à un point matériel M de masse $m = 20 \text{ g}$, est lâchée sans vitesse initiale sur une piste depuis le point A situé à une hauteur $h = 1,25 \text{ m}$ du point le plus bas noté O . La piste est terminée en O par une boucle circulaire de rayon $a = 30 \text{ cm}$ et de centre C . La voiture se déplace sans frottement. On note $\vec{g}$ l'accélération de la pesanteur supposée uniforme de norme 10 m.s^{-2} dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}\{(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}), t\}$ galiléen et $B(C, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{k})$ la base cylindrique (Figure 1b).

On notera $\vec{R}$ la réaction de la piste sur la voiture.



Figure n°1a

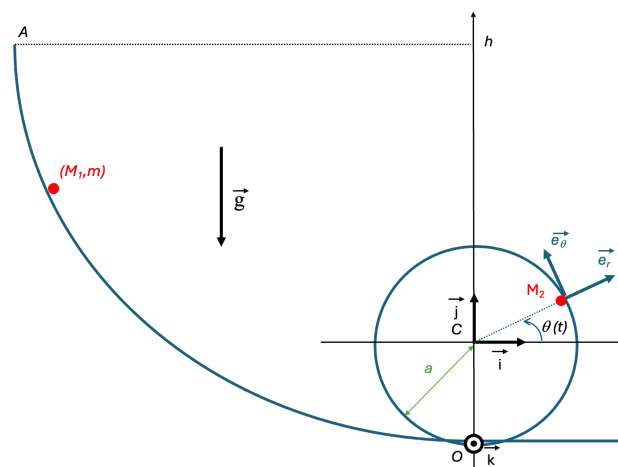


Figure n°1b

Q1) Qu'appelle-t-on énergie mécanique ?

Q2) Énoncer le théorème de l'énergie mécanique appliqué à la voiture dans $\mathcal{R}$.

Q3) Déterminer la norme de la vitesse de la voiture en O : $\|\vec{V}_O\|$.

Q4) Calculer $\|\vec{V}_O\|$.

Q5) Exprimer les vecteurs position, vitesse et accélération du point M_2 repéré par l'angle $\theta(t)$ sur le cercle dans la base B.

Q6) Déterminer une première relation reliant $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, a , h et g .

Q7) Énoncer et appliquer le principe fondamental de la dynamique appliqué à la voiture dans le référentiel terrestre projeté dans la base B.

Q8) Exprimer la réaction du support R en fonction de $\theta(t)$, a , h , g et m .

Q9) A quelle condition la voiture fait-elle une révolution sur la piste circulaire sans chuter ?

Q10) Déterminer la hauteur minimale à partir de laquelle il faut lâcher la voiture afin qu'elle fasse une révolution sur la piste circulaire. Est-ce le cas ici ?

Q11) Sachant que, pour une révolution, la voiture perd $\eta = 30\%$ de son énergie initiale, quel est le nombre N d'anneaux que la voiture peut enchaîner ?

EXERCICE n°2 : FILTRE DE HARTLEY

Le filtre de Hartley est un filtre passif dont le montage est donné figure 2a.

Il est alimenté par un générateur basse fréquence de force électromotrice sinusoïdale d'amplitude E , de fréquence f , de pulsation ω , d'impédance interne $Z_e = 50 \Omega$.

$$e(t) = E \cos(\omega t)$$

On utilisera la notation complexe suivante :

$$\underline{e}(t) = \underline{E} e^{j\omega t} \text{ avec } E = |\underline{E}|$$

Dans ce montage, on prendra : $L = 10 \text{ mH}$, $C = 100 \text{ nF}$ et $R = 10 \text{ k}\Omega$.

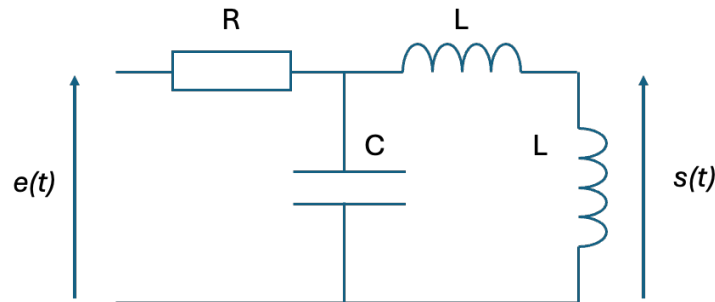


Figure n°2a

$$s(t) = S \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\underline{s}(t) = \underline{S} e^{j\omega t}$$

Avec

$$\underline{S} = S e^{j\varphi}$$

PARTIE I : Étude théorique

Q1) Qu'appelle-t-on filtre passif ?

Q2) Prévoir, à l'aide de deux schémas équivalents en basse et haute fréquence que vous justifierez, la nature de ce filtre.

On désire établir la fonction de transfert de ce filtre : $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$

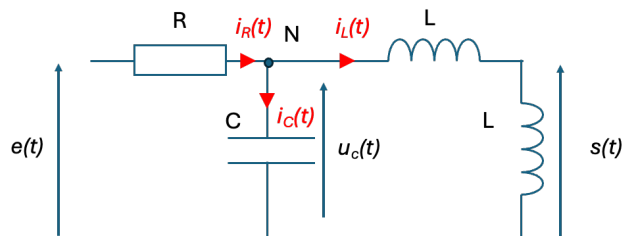


Figure n°2b

Q3)

- Déterminer la relation reliant $\underline{S}$ à $\underline{U}_C$.
- Appliquez la loi des nœuds en N et trouvez une relation reliant $\underline{E}$, $\underline{S}$, $\underline{U}_C$, R , L , C et ω .
- Établir alors la relation entre $\underline{E}$ et $\underline{S}$.

Q4) Mettre la fonction de transfert sous sa forme canonique :

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$$

avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite.

Exprimer la pulsation propre ω_0 , le facteur de qualité Q et le gain H_0 en fonction de R , L et C .

Q5) Calculer les valeurs numériques de la fréquence propre f_0 , du facteur de qualité et du gain.

PARTIE II : Étude fréquentielle

On met en pratique le montage et on relève le diagramme de Bode du filtre en gain (Figure n°2c) et en phase (Figure n°2d).

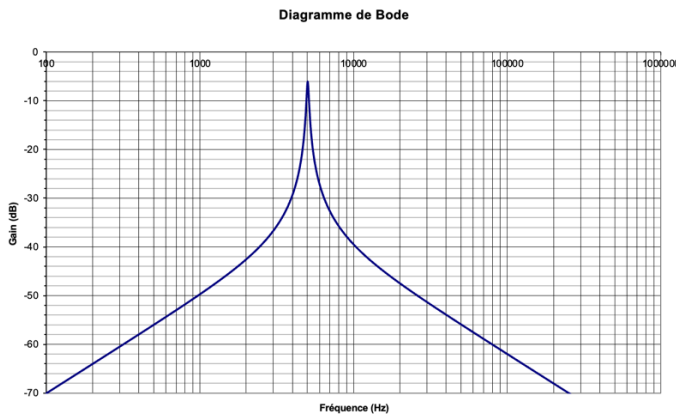


Figure n°2c

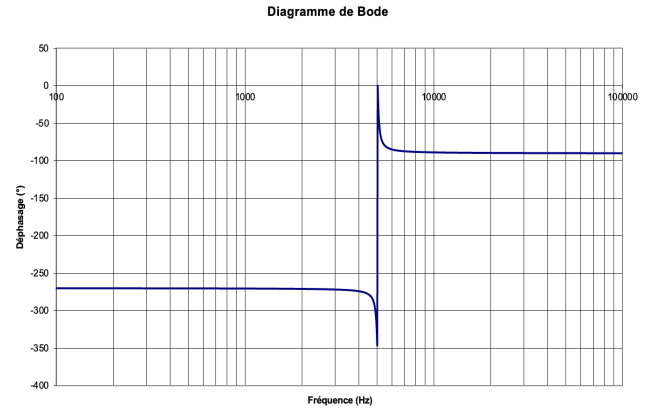


Figure n°2d

Q6) Reproduire le montage de la figure 2b et compléter en plaçant les appareils nécessaires à la mesure. Expliquer le principe d'une mesure.

Q7) Que pouvez-vous dire de l'influence de l'impédance interne du générateur basse fréquence sur le montage ?

Q8)

- Établir l'équation de l'asymptote basse fréquence et en donner sa pente ainsi qu'un point particulier.
- De la même manière établir l'équation de l'asymptote en haute fréquence.
- Expliquer comment retrouver les paramètres f_0 , H_0 et Q par une analyse du diagramme de Bode.
- Vos résultats sont-ils cohérents ?

PARTIE III : Étude temporelle

On étudie le chronogramme ci-dessous (figure n°2e) :

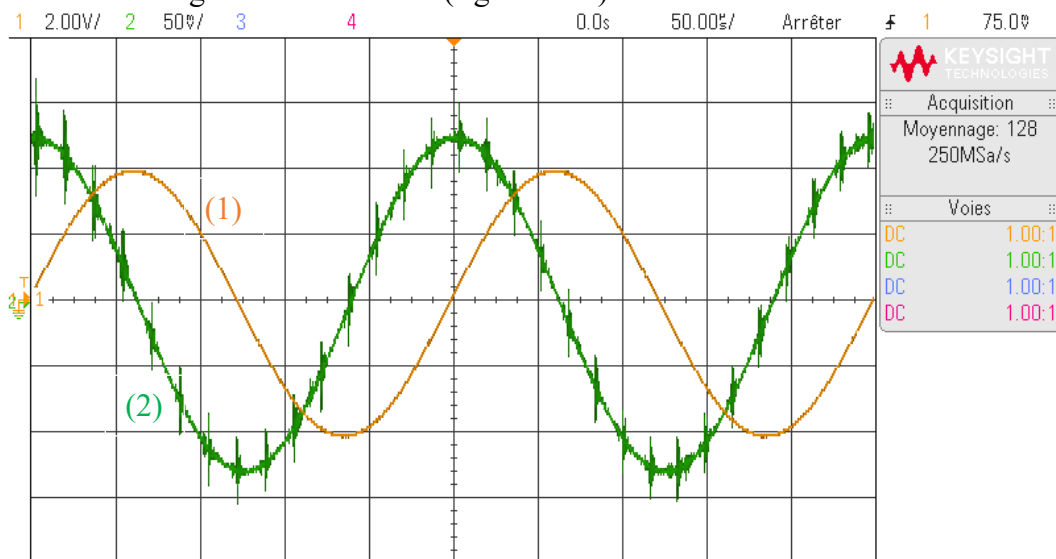


Figure n°2e

Q9)

- Relever la période T , l'amplitude E , l'amplitude S et le déphasage φ .
- En déduire la fréquence f .
- Vérifier la cohérence de vos différents relevés par rapport aux données du diagramme de Bode.

On étudie la réponse de ce filtre au signal d'entrée :

$$e_1(t) = 2 + 3 \cos(\omega_0 t)$$



Figure n°2f

Q10)

- Le générateur de fonction de la figure n°2f est-il correctement réglé ? Préciser les modifications à effectuer si nécessaire.
- Calculer l'expression littérale de la sortie $s_1(t)$ associée.
- Tracer $e_1(t)$ et $s_1(t)$.

On alimente maintenant le filtre avec un signal créneau $e_2(t)$ de période $T_2 = \frac{6\pi}{\omega_0}$, d'amplitude crête-à-crête $2E = 4V$. On rappelle que ce signal est décomposable en série de Fourier, en posant :

$$e_2(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\sin((2k+1)\omega_2 t)}{(2k+1)} \right)$$

Q11)

- Représenter $e_2(t)$.
- Définir et calculer la valeur efficace $E_{2\text{eff}}$ du signal $e_2(t)$.
- Tracer l'allure du spectre de $e_2(t)$ en précisant bien les fréquences et amplitudes des trois premières harmoniques.
- Estimer numériquement les amplitudes du fondamental et des trois premières harmoniques du signal de sortie $s_2(t)$.
- Pourquoi ce montage peut être qualifié de "tripleur de fréquence" ?
- Donner une approximation raisonnable de l'expression numérique de $s_2(t)$.
- Compléter le graphe de la question Q11a) avec $s_2(t)$.

EXERCICE n°3 : Cave à vin souterraine en Ardèche

« Au cœur de la grotte de l'Aven d'Orgnac, à 50 mètres sous terre dans une grotte préhistorique, sont conservés des tonneaux de vin dans une obscurité complète, à température quasi constante de 12°C et avec un taux d'humidité de 90% à 100% ». (photo de la figure n°3a)

On désire, par une modélisation simplifiée, déterminer la température dans le sol.
L'atmosphère occupe le demi-espace $x < 0$ et le sol le demi-espace $x > 0$ (Figure n°3 b).
La variation annuelle de température au niveau du sol ($x=0$) est modélisée par une sinusoïde d'amplitude T_1 autour d'une valeur moyenne T_0 :

$$T(x = 0, t) = T_0 + T_1 \cos(\omega t)$$

On utilisera la notation complexe :

$$\underline{T}(x = 0, t) = T_0 + T_1 e^{i\omega t}$$



Figure n°3a

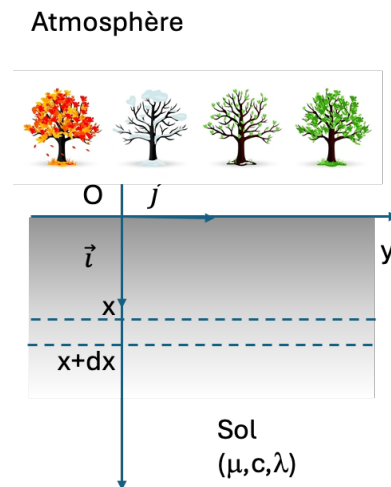


Figure n°3b

Le relevé météorologique de Sainte Eulalie est le suivant :

Mois	jan.	fév.	mars	avril	mai	juin	jui.	août	sep.	oct.	nov.	déc.
Température minimale moyenne (°C)	-4	-4	-2	0	3	7	9	9	6	3	-1	-4
Température maximale moyenne (°C)	1	2	4	7	12	16	20	18	15	11	5	2

Figure n°3c

Q1) Expliquer votre démarche afin de déterminer les valeurs des températures T_0 , T_1 , de la pulsation ω et un ordre d'idée de l'origine des temps.

Pour le sol, on notera la masse volumique $\mu = 3.0 \cdot 10^3 \text{ SI}$, la capacité thermique massique du sol $c = 5.0 \cdot 10^2 \text{ SI}$ et la conductivité thermique du sol $\lambda = 1.2 \text{ SI}$.

Q2) Énoncer la loi de Fourier et rappeler sa formulation.

Q3) Rappeler les unités et dimensions de μ , c , λ et ω .

On recherche une grandeur δ homogène à une distance fonction de μ , c , λ et ω . Le facteur k est un nombre sans dimension.

$$\delta = k \mu^l c^m \lambda^n \omega^p$$

Q4) A l'aide d'une analyse dimensionnelle déterminer (l , m , n , p).

Q5) Au moyen d'un bilan thermique réalisé sur une tranche de section S entre x et $x + dx$, établir que l'équation vérifiée par $T(x, t)$ est :

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} - D_{th} \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = 0$$

Identifier le paramètre D_{th} en fonction μ , c et λ .

On recherche une solution de la forme :

$$\underline{T}(x = 0, t) = T_0 + \underline{f}(x) e^{i\omega t}$$

Q6) Établir l'équation vérifiée par $\underline{f}(x)$

Q7) Résoudre cette équation et déterminer $\underline{f}(x)$ en fonction de T_1 et δ .

Q8) Identifier k et montrer que $\delta \approx 2,8 m$.

Q9) Donner l'expression de $T(x, t)$.

Q10) Tracer les deux graphes suivants avec le plus de précision possible et les facteurs d'échelle en abscisse et ordonnée :

a) $T(x, t = \frac{\pi}{2\omega})$

b) $T(x = 50 m, t)$

Q11) On fournit figure n°3d la fonction exponentielle de la variable x en échelle semi-log. Pouvez-vous commenter et valider les informations du préambule ?

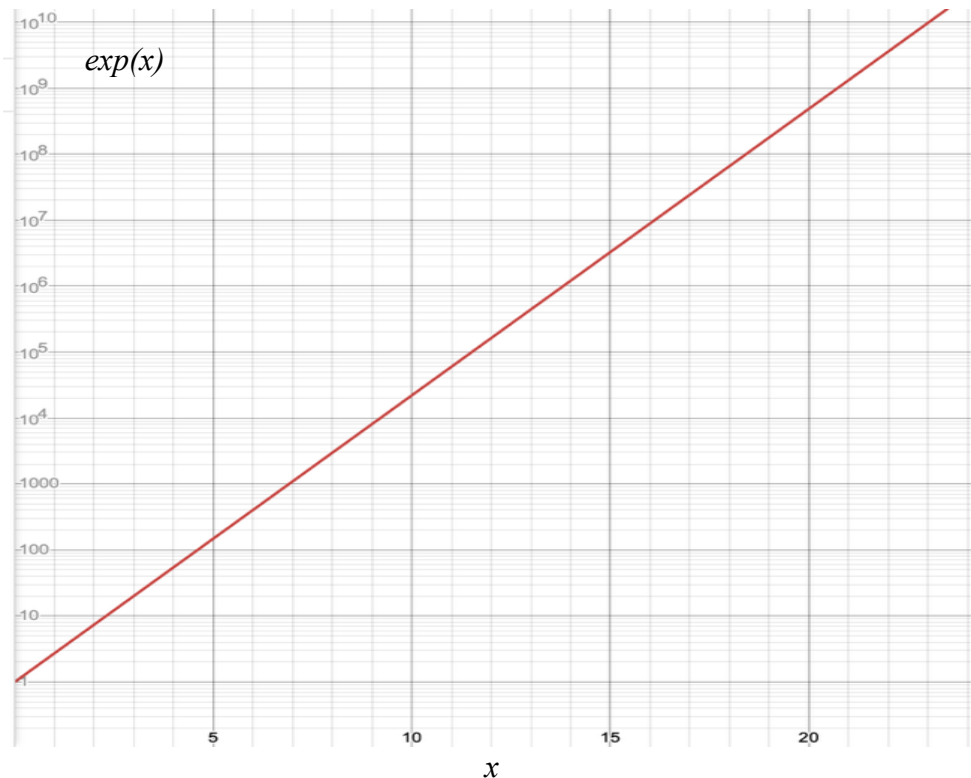


Figure n°3d

FIN