



MINISTÈRES
TRANSITION ÉCOLOGIQUE
COHÉSION DES TERRITOIRES
MER

*Liberté
Égalité
Fraternité*

CONCOURS INTERNE D'INGÉNIEUR DES TRAVAUX PUBLICS DE L'ÉTAT SESSION 2021

ÉPREUVE N°3 COMPOSITION DE SCIENCES PHYSIQUES

Les calculatrices sont autorisées

Avertissement :

Les calculatrices avec imprimante et les documents d'accompagnement (notices d'emplois) sont interdits, de même que les échanges de modules mémoires amovibles ou de calculatrices.

Tout candidat n'a le droit d'avoir qu'une seule calculatrice sur son plan de travail.

Le candidat attachera une importance particulière à la rédaction, à l'homogénéité des formules.

Pour tout calcul, le candidat donnera d'abord l'expression littérale du résultat avant de faire l'application numérique.

Dans le cas où un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

| | | | |
|-----------------------|-------------------------------|-----------------|---------------|
| Concours interne ITPE | Épreuve de sciences physiques | | Session 2021 |
| Épreuve n°3 | Durée : 4 h | Coefficient : 4 | Page de garde |

Epreuve de physique

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Les candidats sont invités à encadrer les réponses aux questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Les grandeurs complexes sont soulignées et on note j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

De la physique à la fête foraine

On se propose dans ce sujet d'étudier différents aspects physiques des parcs d'attraction. Les parties I.1, I.2, II et III peuvent être traitées de manière indépendante.

Données

- Accélération de la pesanteur sur Terre : $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$.
- $\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$
- $\cos(\arctan(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
- Valeurs moyennes de fonctions périodiques :
 - $\forall \varphi$ et $\forall \omega \neq 0$, $\langle \sin(\omega t + \varphi) \rangle = \langle \cos(\omega t + \varphi) \rangle = 0$;
 - $\forall \omega \neq 0$, $\langle \sin(\omega t) \cos(\omega t) \rangle = 0$;
 - $\forall \varphi$ et $\forall \omega \neq 0$, $\langle \sin^2(\omega t + \varphi) \rangle = \langle \cos^2(\omega t + \varphi) \rangle = \frac{1}{2}$.

I Montagne russe

Les montagnes russes constituent sans doute un des manèges phares des parcs d'attraction. Les volontaires sont lancés dans des wagons sur des pistes vertigineuses comportant parfois des *loopings*.



I.1 Remontée des wagons

Le manège débute généralement par une phase de remontée des wagons vers le point le plus haut de l'attraction à l'aide d'une chaîne entraînée par un moteur (figure 1).

On modélise la rampe de remontée par une portion majoritairement rectiligne inclinée d'un angle $\alpha = 45^\circ$ par rapport à l'horizontal permettant d'atteindre une élévation H par rapport au point de départ. On appelle m , la masse de chaque wagon.

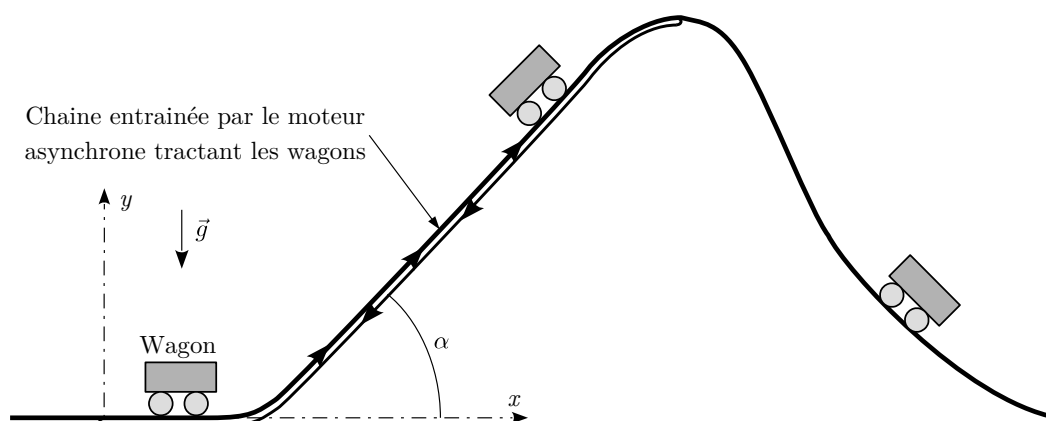


FIGURE 1 – Montagne russe : remontée des wagons

I.1.a Moteur asynchrone

On utilise un moteur asynchrone pour entraîner la chaîne et les wagons. Ce moteur est constitué de deux éléments principaux :

- le **stator**, dont le principe n'est pas étudié ici, permet de générer un champ magnétique supposé uniforme et tournant dans le temps à la vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$. Le champ statorique est alors :

$$\vec{B}(t) = B_0 \vec{u}(t)$$

où B_0 est la norme du champ statorique, supposée constante et $\vec{u}(t)$ un vecteur unitaire formant un angle ωt avec l'axe des x (figure 2).

- le **rotor**, modélisé par une bobine plate constituée de N spires traversées un un courant électrique induit d'intensité $i(t)$ (figure 2).

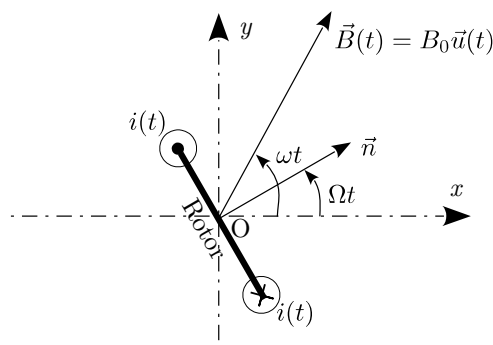


FIGURE 2 – Moteur asynchrone

- Ces spires sont supposées confondues, circulaires, de section S et de vecteur normal unitaire \vec{n} . La vitesse de rotation du rotor $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ est supposée constante, le vecteur \vec{n} forme ainsi un angle Ωt avec l'axe des x .
- La résistance électrique du rotor est R et son inductance propre est L .
- Le rotor subit l'action motrice des forces de Laplace dont le moment en O est $\vec{\Gamma}_L = \Gamma_L \vec{e}_z$ ainsi que l'action résistive permettant d'entraîner la chaîne et les wagons dont le moment en O est $\vec{\Gamma}_f = -\Gamma_f \vec{e}_z$.

- Q.1** Déterminer l'expression du flux du champ magnétique ϕ engendré par le stator à travers le rotor en fonction de B_0 , S , N , Ω , ω et t .
- Q.2** En déduire l'expression de la force électromotrice e induite dans le rotor en fonction de B_0 , S , N , Ω , ω et t .
- Q.3** Proposer un schéma électrique équivalent au rotor. En déduire que le courant électrique $i(t)$ vérifie l'équation différentielle suivante :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = \phi_0 \omega_g \sin(\omega_g t)$$

où $\omega_g = \omega - \Omega$ est la vitesse angulaire de glissement et $\phi_0 = NSB_0$.

- Q.4** On cherche la solution de cette équation différentielle en notation complexe sous la forme :

$$\underline{i} = I e^{j(\omega_g t + \varphi)}$$

Déterminer les expressions de I et φ en fonction de R , L , ω_g et ϕ_0 .

- Q.5** Quel est le moment magnétique \vec{M} associé au rotor ?
- Q.6** En déduire l'expression du moment en O des forces de Laplace exercé sur le rotor $\vec{\Gamma}_L = \Gamma_L \vec{e}_z$. Montrer que sa valeur moyenne est :

$$\langle \Gamma_L \rangle = \frac{\phi_0^2 \omega_g R}{2(R^2 + L^2 \omega_g^2)}$$

La figure 3 donne la représentation graphique de $\langle \Gamma_L \rangle$ en fonction de la vitesse de rotation du rotor Ω dans le cas où $\omega = 100 \text{ rad s}^{-1}$:

- Q.7** Quel domaine de vitesse de rotation du rotor Ω correspond à un fonctionnement moteur de cette machine asynchrone ? Estimer le couple moteur maximal Γ_{\max}
- Q.8** Pour un couple résistant $\Gamma_f \in [\Gamma_0, \Gamma_{\max}[$ constant, justifier que le rotor peut tourner à vitesse constante pour deux valeurs Ω_1 et $\Omega_2 > \Omega_1$. Que représente Γ_0 ? Déterminer sa valeur. Expliquer comment obtenir graphiquement Ω_1 et Ω_2 .
- Q.9** Étudier dans le domaine $\Gamma_f \in [\Gamma_0, \Gamma_{\max}[$ la stabilité des rotations à Ω_1 et Ω_2 . On pourra pour cela raisonner sur l'évolution de Ω au voisinage de Ω_1 et Ω_2 .
- Q.10** Que se passe-t-il si $\Gamma_f > \Gamma_{\max}$?
- Q.11** Que se passe-t-il si $\Gamma_f \in [0, \Gamma_0[$?
- Q.12** À quelle condition sur Γ_f le moteur peut-il démarrer ?

I.1.b Vitesse d'ascension du wagon

La chaîne tractant les wagons est entraînée par le moteur précédent. On admet la relation entre la vitesse de montée du wagon v et la vitesse de rotation du moteur : $v = k\Omega$ où $k = \frac{1}{30} \text{ m}$. Par ailleurs, on néglige toute perte d'énergie par frottements.

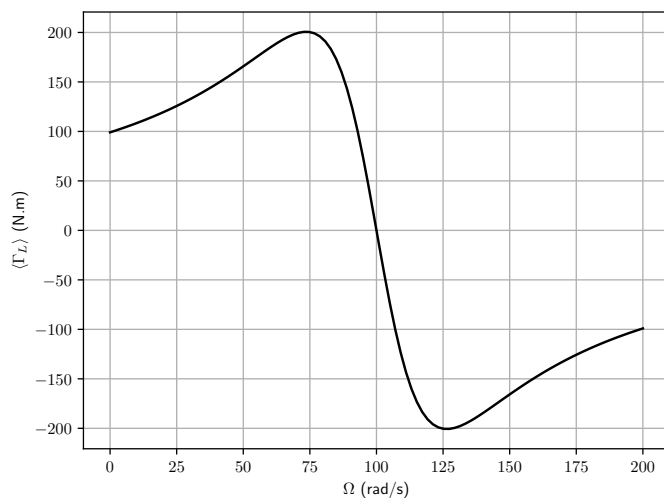


FIGURE 3 – Couple moyen de Laplace en fonction de la vitesse de rotation du rotor

- Q.13** Déterminer l’expression la force qu’exerce la chaîne sur le wagon de vitesse v constante en fonction de m, g et α .
- Q.14** Exprimer alors la puissance reçue par le wagon de la part de l’ensemble {chaîne + moteur} en fonction de m, g, α, k et Ω . En déduire une expression du couple résistif Γ_f .
- Q.15** Déterminer la masse maximale du wagon pouvant être tracté sur une pente d’angle $\alpha = 45^\circ$. Quelle est alors sa vitesse ?
- Q.16** Quelle vitesse maximale ne peut dépasser un wagon plus léger ?

I.2 Looping

On s’intéresse désormais à la phase de descente et à la possibilité de faire un looping. On cherche notamment la hauteur H minimale permettant la réussite d’un looping circulaire de centre O , de rayon a et de hauteur $h = 2a$ (figure 4).

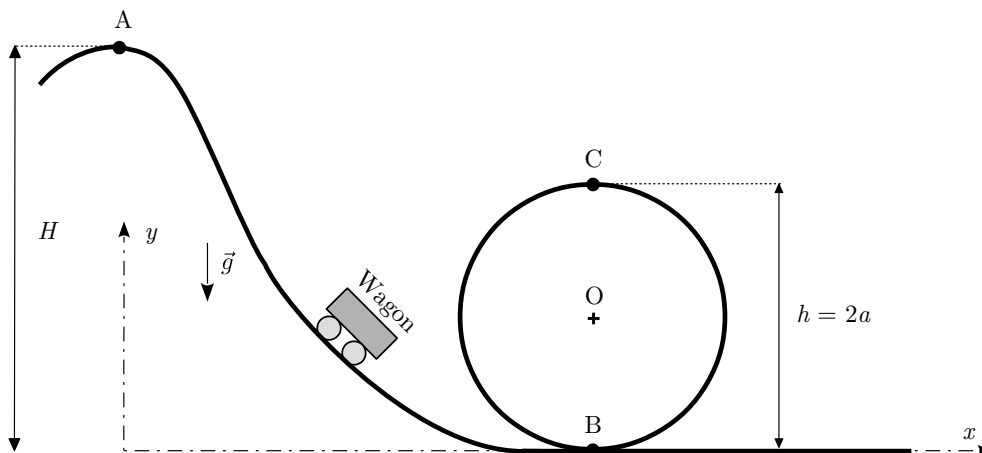


FIGURE 4 – Montagne russe : descente vers le looping

On modélise le wagon par un point matériel P glissant sans frottements sur les rails. Initialement, le wagon part du point A , d’altitude H à vitesse négligeable.

- Q.17** Déterminer alors l'expression de la vitesse v_B atteinte au point B en fonction de g et H .
- Q.18** En supposant que le wagon ne peut rompre le contact avec les rails, déterminer la vitesse v_C au point C et trouver une condition reliant h et H nécessaire afin que le wagon puisse atteindre C. On supposera par la suite cette condition valide.

Dans certains manèges, le wagon n'est pas attaché au rails mais est juste posé dessus. Il y a alors un risque que le wagon rompe le contact avec les rails et chute, ce que l'on souhaite bien entendu éviter.

On introduit la position angulaire θ de P par rapport à la verticale ainsi qu'un système de coordonnées polaires (figure 5). On définit de plus la réaction des rails sur le wagon $\vec{N} = -N\vec{e}_r$.

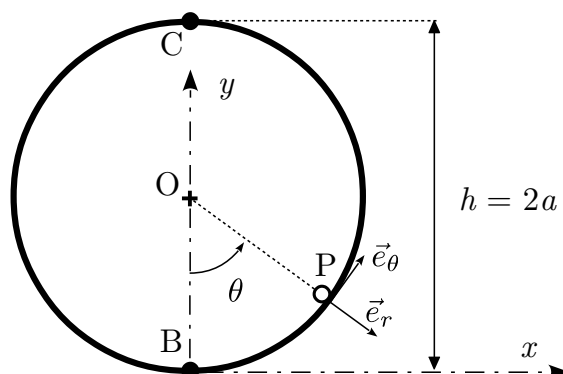


FIGURE 5 – Montagne russe : looping

- Q.19** En supposant que P reste en contact avec le rail circulaire, déterminer l'expression de la vitesse $v(\theta)$ de P pour un angle θ en fonction de g , H , a et θ .
- Q.20** En supposant que P reste en contact avec le rail circulaire, démontrer par un principe fondamental de la dynamique l'expression de N ci-dessous :

$$N = mg \left(2\frac{H}{a} + 3 \cos \theta - 2 \right)$$

- Q.21** Quel est le signe de N correspondant au contact ? En déduire la condition limite de décollement du wagon par rapport aux rails.
- Q.22** On souhaite éviter qu'un tel décollement intervienne lors du looping. En déduire la hauteur minimale H_{\min} que doit dépasser H afin de réussir le looping. On exprimera le résultat en fonction de h .

II Au palais des illusions

II.1 Avec une bougie

Un magicien réalise un tour de magie : deux bougies sont positionnées de part et d'autre d'une vitre. Le magicien allume la bougie devant la vitre : les spectateurs ont l'impression que les deux bougies sont allumées. On cherche à savoir comment placer la bougie derrière la vitre. On note

- $d = 20$ cm la distance entre A_1 et la face avant de la vitre ;
- $e = 1,0$ cm l'épaisseur de la vitre ;
- $n = 1,5$ l'indice du verre.

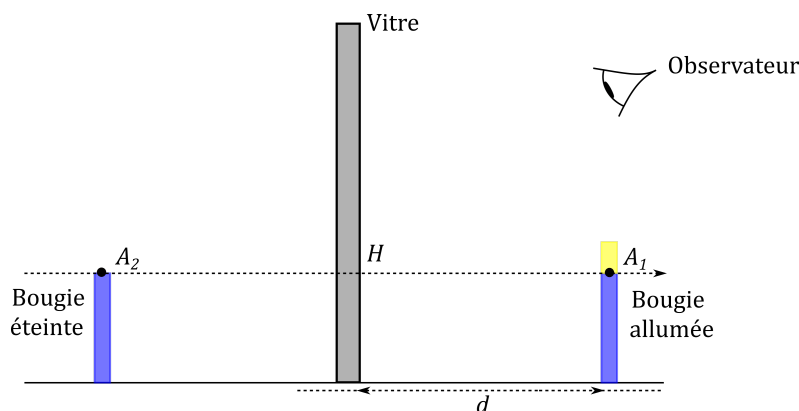


FIGURE 6 – Bougie devant une vitre

- Q.23** Rappeler les lois de Descartes relatives à la réfraction et à la réflexion.
- Q.24** Reproduire le schéma de la figure 6 et représenter le trajet des rayons lumineux issus de la flamme et ayant subi une réflexion sur la face avant de la vitre jusqu'à l'observateur. Où se situe l'image de la bougie ?
- On s'intéresse désormais au trajet des rayons lumineux issus de la bougie éteinte. On note e l'épaisseur de la vitre.
- Q.25** Sur un schéma, construire le rayon transmis par la vitre d'indice de réfraction n et d'épaisseur e . Quelle est sa direction ?
- On note A_2 le point source correspondant au haut de la bougie éteinte, A' son image par transmission par la vitre. On se place dans les conditions de Gauss.
- Q.26** Rappeler les conditions de Gauss. Quelles en sont les conséquences pour les propriétés d'un système optique ?
- Q.27** Montrer que la relation de conjugaison s'écrit

$$\overline{A_2 A'} = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

- Q.28** En déduire que pour donner l'illusion au spectateur que la bougie éteinte est allumée, on doit avoir

$$\overline{A_2 H} = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) + d$$

Faire l'application numérique. La condition dépend-elle de la position du spectateur ?

II.2 Avec un verre d'eau

Cette partie n'est pas guidée et demande de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées ; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées.

Le magicien dispose d'un flotteur opaque, mince, de rayon R , au centre duquel est planté un clou perpendiculairement au plan du disque. La longueur du clou est $h = 6$ cm. Le disque est placé dans l'eau, le clou étant immergé (figure 7).

- Q.29** A quelle condition le clou est-il invisible pour un observateur placé dans l'air ?

L'indice de l'eau sera pris égal à $n_{eau} = 1,33$.

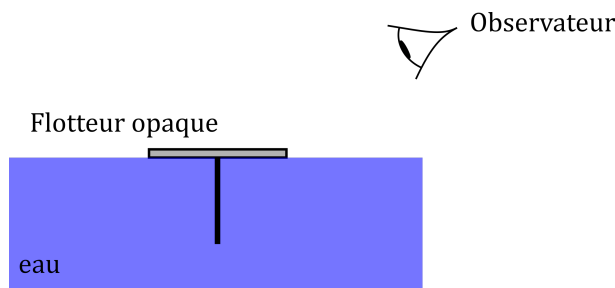


FIGURE 7 – Clou plongé dans l'eau

III Une petite glace ?

III.1 Réalisation d'une glace

Une méthode simple et rapide pour la réalisation d'un sorbet au fruit est de mélanger des fruits préalablement congelés à un mélange { blanc d'œufs + sucre } à température ambiante. On cherche à déterminer la température finale du mélange selon les proportions choisies.

Hypothèses :

- les fruits seront assimilés à une masse m_1 d'eau initialement à la température $T_1 = -20^\circ\text{C}$;
- le mélange { blanc d'œufs + sucre } de masse m_2 sera assimilée à de l'eau à la température $T_2 = +20^\circ\text{C}$, les blancs d'œufs étant constitués à plus de 90% d'eau ;
- on néglige la capacité thermique du récipient.

Données :

- capacité thermique de l'eau liquide $c_\ell = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- capacité thermique de l'eau solide $c_s = 2,06 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- enthalpie massique de fusion de la glace sous pression $P^0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $\Delta h_{\text{fusion}} = 333 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

- Q.30** Le mélange se fait rapidement, justifier que la variation d'enthalpie du système $\{m_1 + m_2\}$ est nulle.
- Q.31** On note $x = m_2/m_1$ et T_f , la température finale du mélange. Quelles sont les valeurs limites de T_f pour $x \rightarrow 0$ et $x \rightarrow +\infty$?
- Q.32** On considère la valeur particulière x' conduisant à un mélange de température finale $T_f = 0^\circ\text{C}$ complètement solide. Montrer que

$$x' = \frac{c_s(T_f - T_1)}{c_\ell(T_2 - T_f) + \Delta h_{\text{fusion}}}$$

- Q.33** Déterminer de même l'expression de x'' correspondant à un mélange de température finale $T_f = 0^\circ\text{C}$ complètement liquide.
- Q.34** Tracer l'allure du graphe $T(x)$. Calculer les valeurs numériques de x' et x'' .
- Q.35** Les proportions usuelles correspondent à $m_1 = 300 \text{ g}$ et $m_2 = 80 \text{ g}$. Quelle est la température finale du mélange ?

III.2 Machine à glace autonome

On s'intéresse dans cette partie au fonctionnement d'une machine à glace autonome : dans ce dispositif, la machine à glace est équivalente à un congélateur et permet de conserver la préparation au froid. On utilise un modèle simple de cycle frigorifique pour évaluer son efficacité.

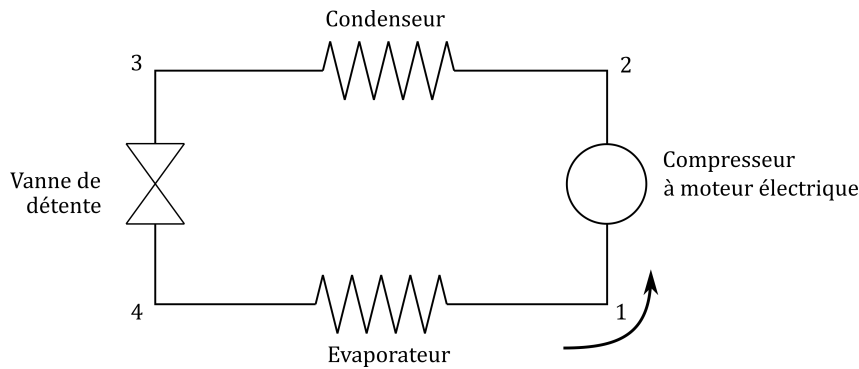


FIGURE 8 – Principe de fonctionnement de la machine frigorifique

La machine frigorifique est constituée de quatre organes, représentés sur la figure 8.

Le fluide frigorigène circulant entre les différents organes est le 1,1,1,2-Tétrafluoroéthane, noté R134a par la suite.

Vous trouverez en annexe le diagramme enthalpique du fluide sur lequel sont tracées les transformations subies par le fluide au cours d'un cycle :

- 1 → 2 : compression isentropique du fluide par le compresseur ;
- 2 → 3 : échange thermique isobare à haute pression P_{hp} dans le condenseur ;
- 3 → 4 : détente adiabatique dans le détendeur ;
- 4 → 1 : échange thermique isobare à basse pression P_{bp} dans l'évaporateur.

Les valeurs numériques utiles seront lues sur ce graphique.

| Document - Quelques propriétés du fluide R134A |
|--|
| Masse volumique aux différents points du cycle en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$: |
| $\mu_1 = 4,2 \quad \mu_2 = 45,5 \quad \mu_3 = 1,3 \cdot 10^3 \quad \mu_4 = 12,5$ |
| Ordre de grandeur des capacités thermiques massiques : $c_v \approx c_p \approx 1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (ordres de grandeur valables pour la phase liquide et la phase vapeur) |

On rappelle l'expression du premier principe de la thermodynamique en écoulement stationnaire appliqué à un système ouvert :

$$\Delta h = w_u + q$$

où

- $\Delta h = h_{\text{sortie}} - h_{\text{entrée}}$ est la variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie ;
- w_u est le travail massique utile, apporté au fluide par toute pièce mobile en contact avec lui ;
- q est le transfert thermique massique reçu par le fluide.

Notations : les grandeurs associées à l'état 1 du cycle sont indicées "1". Les quantités échangées entre le fluide et l'extérieur au cours de la transformation 1 → 2 sont indicées par "12".

Exemples : enthalpie massique h_1 et travail massique utile w_{12} .

On peut en déduire les autres notations.

Le principe d'une machine frigorifique ditherme est le suivant : "Un fluide frigorigène circule entre les différents organes de la machine. Mis en mouvement par le compresseur, ce fluide refroidit la source froide et réchauffe la source chaude. "

Q.36 Donner et justifier les signes des quantités algébriques suivantes : w_{12} , q_{23} et q_{41} .

- Q.37** Si l'on considère un congélateur, où se situent la source froide et la source chaude ?
- Q.38** La transformation $3 \rightarrow 4$ est une détente de Joule-Thomson. Le détendeur peut être assimilé à un simple étranglement local de la conduite : il n'y a pas de pièce mobile et les parois sont calorifugées. Justifier que cette étape est isenthalpique.

On suppose que, pour un liquide, $\Delta h = c_p \Delta T$.

- Q.39** Etablir que lors de la transformation $3 \rightarrow 4$, la variation d'enthalpie massique peut s'écrire :

$$\Delta h_{34} = \Delta h_{vap}(T_4)x_4 + c_p(T_4 - T_3)$$

où $\Delta h_{vap}(T_4)$ est l'enthalpie massique de vaporisation à la température T_4 et x_4 le titre en vapeur en 4.

- Q.40** Déterminer graphiquement $\Delta h_{vap}(T_4)$. En déduire par le calcul une valeur numérique de la variation de température $T_4 - T_3$ attendue lors de la transformation 3 - 4. Cette valeur est-elle du même ordre de grandeur que celle lue sur le diagramme ?
- Q.41** Rappeler l'expression générale de l'efficacité. Préciser son expression dans le cas de la machine frigorifique utilisée ici.
- Q.42** Déterminer à l'aide du graphique les variations d'enthalpie au cours des transformations du cycle.
- Q.43** A l'aide des résultats précédents, déterminer w_{12} , q_{23} et q_{41} . En déduire la valeur de l'efficacité.
- Q.44** En appliquant à 1 kg de fluide frigorigène les deux principes de la thermodynamique sur un cycle réversible, établir l'expression de l'efficacité de Carnot en fonction des températures de la source froide et de la source chaude ($T_{chaud} = 40^\circ\text{C}$ et $T_{froid} = -30^\circ\text{C}$). Faire l'application numérique et comparer cette valeur à l'efficacité calculée dans le cadre du modèle étudié. Le résultat de cette comparaison était-il prévisible ?

