

## Epreuve de physique

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Les candidats sont invités à encadrer les réponses aux questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Les grandeurs complexes sont soulignées et on note  $j$  le nombre complexe tel que  $j^2 = -1$ .

### I Super condensateur

Un supercondensateur est un dispositif permettant d'accumuler une très grande quantité de charges et donc une très grande énergie électrique, grâce à leur capacité très élevée. Ils peuvent se substituer aux accumulateurs et batteries utilisés comme sources d'énergie électrique.

Un supercondensateur peut être représenté de manière simplifiée par l'association en série d'une résistance très faible  $R_c = 1,0 \cdot 10^{-3} \Omega$  et d'un condensateur de capacité  $C = 800 \text{ F}$ .

On décide de charger et d'utiliser un supercondensateur selon le circuit de la figure 1, où l'interrupteur  $K_1$  est fermé depuis très longtemps et  $K_2$  ouvert. A un instant pris comme origine des temps, on ferme l'interrupteur  $K_2$ . La force électromotrice est pour l'instant constante et vaut  $E = 12 \text{ V}$ .

On néglige  $R_c$ , qui n'apparaît donc pas dans le circuit.

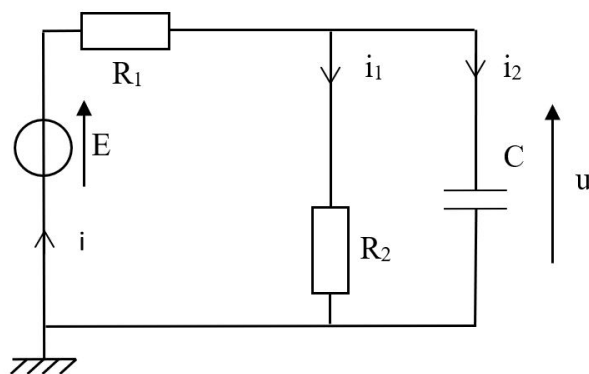


FIGURE 1

- Q.1** Préciser les valeurs prises par  $i$ ,  $i_1$ ,  $i_2$  et  $u$  à  $t = 0^-$ , juste avant de fermer  $K_2$ , en fonction de tout ou partie des grandeurs suivantes :  $E$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .
- Q.2** Juste après qu'on ait fermé  $K_2$ , à  $t = 0^+$ , toujours en fonction de  $E$ ,  $R_1$  et  $R_2$ , que valent  $i$ ,  $i_1$ ,  $i_2$  et  $u$  ?
- Q.3** Quand  $t$  devient très grand, laquelle de ces grandeurs devient nulle ? Que valent les autres ?
- Q.4** Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $u(t)$  et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{E}{R_1 \cdot C}$$

$$\text{avec } \tau = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot C}{R_1 + R_2}$$

**Q.5** Compte-tenu des conditions initiales trouvées plus haut, établir la solution  $u(t)$  pour  $t \geq 0$ .  
 On donne sur la figure 2 le graphe de  $u$  en fonction du temps, pour  $t \geq 0$ .

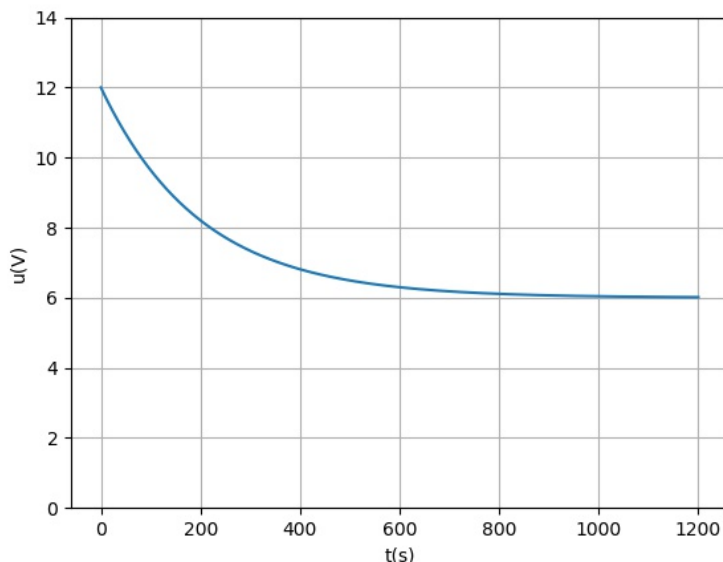


FIGURE 2 – Evolution de  $u(t)$

- Q.6** Calculer numériquement, à partir de ce graphe, les valeurs de  $R_1$  et de  $R_2$ , en précisant la méthode utilisée.
- Q.7** Calculer numériquement, pour  $t$  très grand, la puissance dissipée par effet Joule dans chacune des résistances.

On souhaite maintenant utiliser le circuit pour effectuer du filtrage. Les résistances et le supercondensateur n'étant pas destinés à fonctionner en régime alternatif, on les remplace par un condensateur noté  $C_1$ , de capacité beaucoup plus faible et par des résistances notées  $R_3$  et  $R_4$  valant pour l'instant toutes les deux  $R = 2,0 \cdot 10^3 \Omega$ .

On note  $e(t) = E \cos(\omega t)$  où  $\omega$  est la pulsation du générateur et  $E$  son amplitude.  
 Le circuit modifié est représenté sur la figure 3.

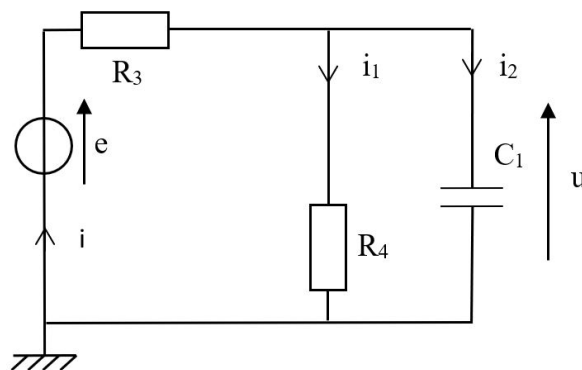


FIGURE 3

On note  $\underline{e}(t) = E \exp(j\omega t)$  et  $\underline{u}(t) = U \exp(j(\omega t + \varphi)) = \underline{U} \exp(j\omega t)$  avec  $j^2 = -1$ .

**Q.8** Exprimer la fonction de transfert  $\underline{H} = \frac{U}{E}$  que l'on mettra sous la forme

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$

où  $H_0$  est une constante à préciser et  $\omega_0$  à exprimer en fonction de  $R$  et  $C_1$ .

**Q.9** Préciser l'expression de  $\varphi$ , en fonction de  $R, C$  et  $\omega$ .

On a tracé sur la figure 4 le diagramme de Bode en gain de  $\underline{H}$ , où  $H$  est le module de  $\underline{H}$ .

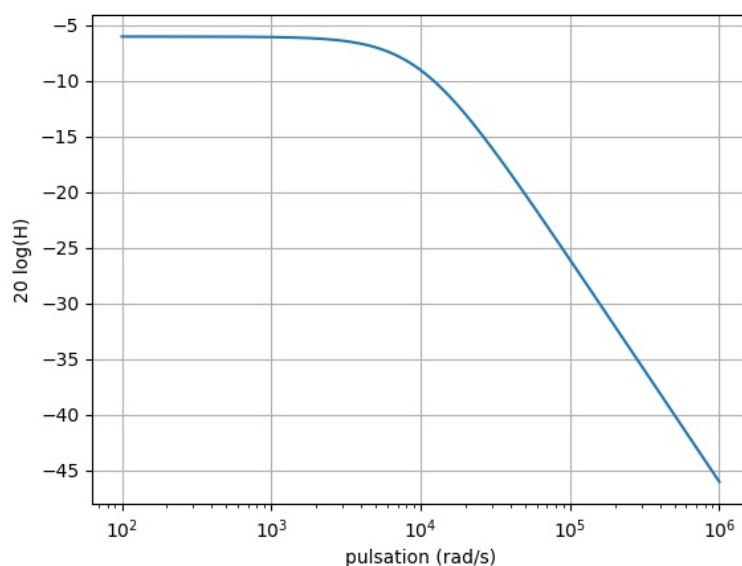


FIGURE 4 – Diagramme de Bode en gain

**Q.10** Quelle est la nature du filtre ainsi étudié ?

**Q.11** Calculer numériquement la valeur de  $C_1$ , en précisant la méthode utilisée.

On souhaite filtrer un signal sonore que l'on a enregistré et dont le spectre est représenté sur la figure 5.

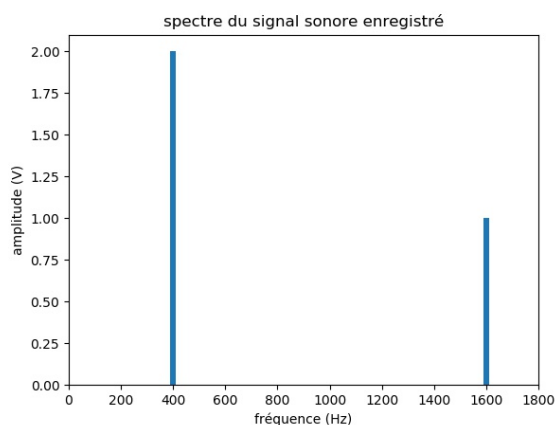


FIGURE 5 – Spectre du signal d'entrée

Cet enregistrement est envoyé en entrée du circuit précédent.

- Q.12** Combien de fréquences comporte le signal de sortie  $u(t)$  ?
- Q.13** On considère que  $400 \text{ Hz} \ll f_0$ . Déterminer les amplitudes des harmoniques de  $u(t)$ . Tracer l'allure de  $u(t)$ .

## II Etude d'un satellite

On souhaite étudier le mouvement d'un satellite artificiel  $M$ , assimilé à un point matériel de masse  $m$ , se déplaçant dans le champ de gravitation terrestre. La Terre est de centre  $O$  et de masse  $M_T$  et le référentiel géocentrique est supposé galiléen. On note  $r$  la distance  $OM$  et  $\vec{u}_r = \frac{\vec{OM}}{r}$ .

La constante de gravitation vaut  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ .

La masse de la Terre vaut  $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  et son rayon vaut  $R_T = 6371 \text{ km}$ .

- Q.14** Exprimer la force exercée par la Terre sur le satellite, en fonction de  $m$ ,  $M_T$ ,  $r$ ,  $\vec{u}_r$  et de la constante de gravitation  $G$ . Etablir l'expression de l'énergie potentielle  $E_p$  dont elle dérive. On donne  $\text{grad} E_p = \frac{dE_p}{dr} \vec{u}_r$  et on prendra  $E_p$  nulle quand  $r$  tend vers l'infini.
- Q.15** Justifier que le mouvement du satellite est plan.

On repère la position du satellite dans ce plan par ses coordonnées polaires  $r$  et  $\theta$  (où  $\theta$  est défini par rapport à un axe quelconque de ce plan et passant par  $O$ ). Le vecteur unitaire  $\vec{u}_\theta$  est orthogonal à  $\vec{u}_r$  et orienté dans le sens des  $\theta$  croissants et on note  $\vec{u}_z$  le vecteur unitaire tel que la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$  soit orthonormée directe (figure 6).

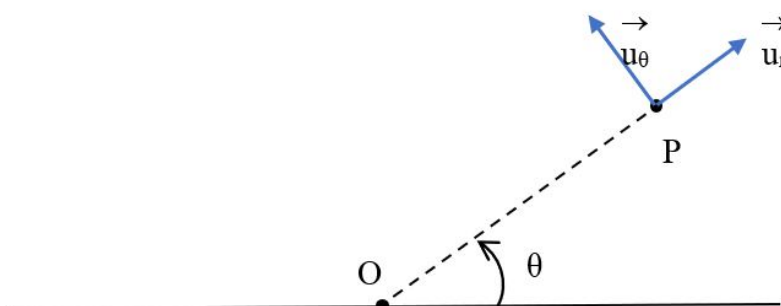


FIGURE 6

- Q.16** Rappeler sans démonstration l'expression du vecteur vitesse en coordonnées polaires.
- Q.17** Exprimer le moment cinétique par rapport à  $O$  du satellite, en fonction de  $m$ ,  $r$ ,  $\dot{\theta}$  et d'un vecteur unitaire à préciser.

On suppose dans les questions **Q.18** à **Q.22** que le mouvement est circulaire, de rayon  $R$  et de période  $T$ . On note alors  $v_c$  le module du vecteur vitesse.

- Q.18** Montrer que le mouvement est également uniforme.
- Q.19** Etablir l'expression de  $v_c$  en fonction de  $G$ ,  $R$  et  $M_T$ .
- Q.20** En déduire une relation simple entre l'énergie potentielle  $E_p$  du satellite et son énergie cinétique  $E_c$ . Exprimer alors son énergie mécanique  $E_m$ , en fonction de  $G$ ,  $M_T$  et  $R$ .
- Q.21** Etablir une relation entre  $R$ ,  $T$ ,  $G$  et  $M_T$  (3<sup>ème</sup> loi de Kepler)
- Q.22** Le satellite étudié est Meteosat, qui se déplace dans le plan équatorial, à une distance  $r = 42164 \text{ km}$  du centre de la Terre. Calculer sa période de rotation. Quel commentaire peut-on faire ?

Pour la suite, on ne suppose plus que le mouvement est circulaire.

Lors de la mise sur orbite du satellite, on a communiqué une énergie cinétique différente de ce qui était prévue : la direction et le sens de la vitesse sont corrects mais sa norme est différente. La trajectoire du satellite est donc bien dans le plan équatorial, mais elle est elliptique. On a représenté sur la figure 7 la trajectoire circulaire en pointillés qu'aurait dû avoir le satellite, et en trait plein la trajectoire elliptique.

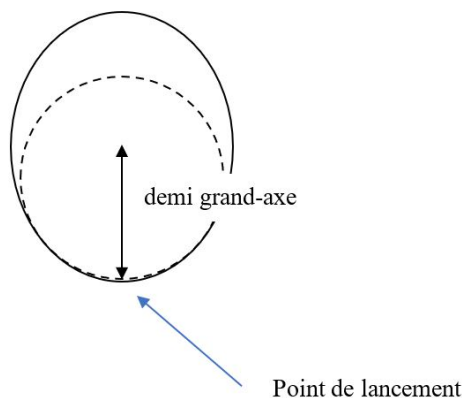


FIGURE 7

**Q.23** La formule établie à la question **Q.20** donnant l'énergie mécanique reste valable, à condition de remplacer  $R$  par le demi grand-axe de l'ellipse. Justifier que lors de sa mise sur orbite, l'énergie cinétique communiquée au satellite a été trop importante pour avoir un mouvement circulaire.

On donne sur la figure 8 deux graphes possibles de l'énergie potentielle effective du satellite.

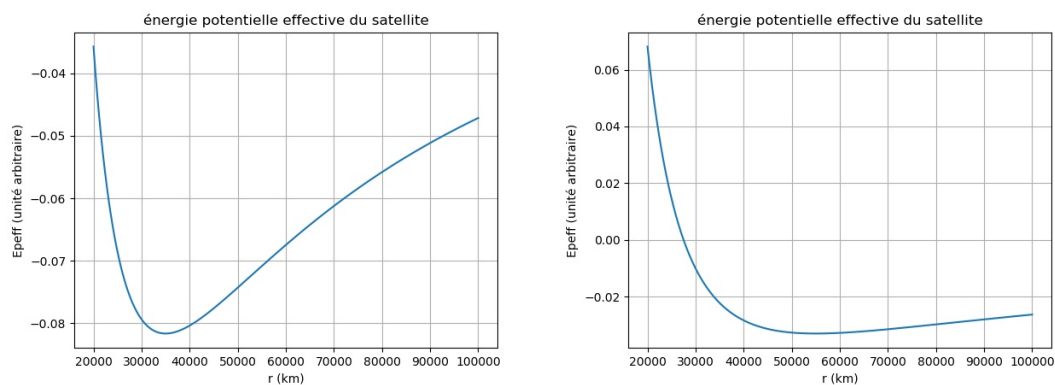


FIGURE 8

**Q.24** Préciser en justifiant quel est le graphe correct.

### III Une paire de jumelles

L'examen de la notice d'une paire de jumelles nous permet d'obtenir les informations rassemblées dans le tableau ci-dessous, dont certaines seront explicitées plus loin si nécessaire.

Grossissement	$\times 10$
Diamètre objectif	42 mm
Champ de vision	102 m à 1000 m
Distance minimale de mise au point (Close focus)	4,5 m
Pupille de sortie	4,1 mm

TABLE 1 – Caractéristiques d'une paire de jumelles BENX-1042 de marque Bushnell©

Démontée, la paire de jumelles se trouve être constituée d'éléments optiques assez simples : des lentilles convergentes et divergentes ainsi que des prismes (figure 9).



FIGURE 9 – Schéma d'une paire de jumelles (d'après Wikipedia) : le groupe 1 de lentilles constitue l'objectif, le groupe 4 l'oculaire.

On ne s'intéresse pas aux rôles du prisme et on modélise chacun des deux groupes de lentilles par une lentille mince convergente.

On note  $f'_1$  et  $O_1$  (respectivement  $f'_2$  et  $O_2$ ) la distance focale image et le centre de l'objectif (respectivement de l'oculaire).

#### III.1 Les éléments du modèle

- Q.25** Qu'est-ce qu'une lentille mince ? Parmi les 3 lentilles du groupe 1, lesquelles sont convergentes ? On reproduira les lentilles sur la copie.
- Q.26** Pour une lentille mince convergente et divergente, tracer l'image d'un objet réel  $AB$  où  $A$  est situé sur l'axe optique et tel que  $|\overline{OA}| < |f'|$ . En déduire une méthode de détermination rapide du caractère convergent ou divergent d'une lentille ne portant aucune indication.
- Q.27** Ces lentilles sont utilisées dans les conditions de l'approximation de Gauss. Quelles sont ces conditions ? Quelles conséquences en découlent si elles sont respectées ?

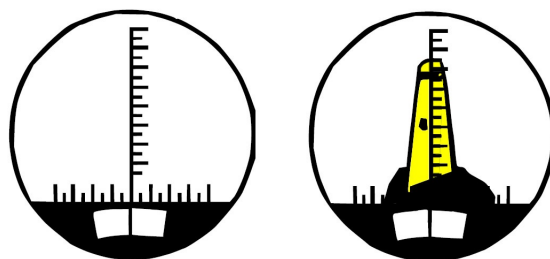
#### III.2 Encombrement de la lunette équivalente

- Q.28** La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal. Préciser ce que cela signifie. Quel avantage présente ce réglage pour un être humain ?
- Q.29** On appelle longueur ou encombrement de la lunette équivalente la grandeur  $L_1 = \overline{O_1O_2}$  entre les centres optiques des deux lentilles. En déduire  $L_1$  en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ .

- Q.30** Représenter sur votre copie, la lunette équivalente afocale en plaçant l'objectif à gauche de l'oculaire. On prendra **pour cette question**  $f'_1 = 6 \text{ cm}$  et  $f'_2 = 3 \text{ cm}$ . Tous les foyers doivent être positionnés et visibles, les orientations précisées. Dessiner la marche d'un faisceau lumineux parallèle arrivant sur l'objectif et incliné d'un angle orienté  $\alpha$  par rapport à l'axe optique. On notera  $\alpha'$  l'angle orienté, par rapport à l'axe optique, du rayon correspondant émergent de l'oculaire.
- Q.31** Établir, à l'aide de cette représentation, l'expression algébrique du grossissement, noté  $G$ , en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ . Évaluer numériquement  $G$  et commenter son signe.
- Q.32** En déduire que  $f'_1 = 10f'_2$ . En déduire la valeur de  $f'_2$  permettant de retrouver la longueur donnée par le constructeur.

### III.3 Application : Télémétrie visuelle

Certaines paires de jumelles sont équipées d'un réticule gradué permettant des mesures de distances longitudinales ou transversales (figure 10).



Le phare d'Eckmühl vu depuis la mer

FIGURE 10 – Graduation télémétrique d'une paire de jumelles.

On définit le champ de vision indique le diamètre exprimé en mètres que l'on peut observer sur le plan horizontal, à une distance de 1 000 mètres. Plus le champ de vision est grand, plus il sera facile de "trouver" et suivre un objet. Le champ de vision de la paire de jumelles est de 102 m à 1000 m.

- Q.33** Evaluer en degré la largeur angulaire correspondante.
- Q.34** En considérant la paire de jumelles comme une simple lunette astronomique réglée de manière afocale, où doit être placé le réticule ?
- Q.35** Sur la représentation de la figure 10, le phare d'Eckmühl occupe les deux tiers du champ de vision. Sachant qu'il culmine à 60 m, en déduire la distance qui sépare le bateau du phare.

*La numérotation associée aux graduations du réticule est volontairement absente de la représentation. Sa présence facilite évidemment ces mesures qui, sur certains modèles, sont automatiques et affichées numériquement.*

## IV Etude d'un congélateur

L'ammoniac, nommé aussi R717, est un fluide réfrigérant qui trouve principalement une application dans le froid industriel, grâce notamment à sa grande efficacité énergétique. De nombreuses patinoires canadiennes utilisent l'ammoniac pour la fabrication de la glace. Pour obtenir une qualité de glace optimale, la patinoire doit être réfrigérée. On fait ainsi circuler près de 50 tonnes d'ammoniac dans une centaine de kilomètres de canalisations pour assurer 10 cm de glace à  $-10^\circ\text{C}$  sur l'ensemble de la piste.



FIGURE 11 – Patinoire

Pour la modélisation, on considère une masse  $m(\text{NH}_3) = 1 \text{ kg}$  d'ammoniac, dont la phase gazeuse est supposée parfaite.

Le cycle est composé de quatre étapes :

- $A \rightarrow B$  est une compression adiabatique réversible : l'ammoniac, constitué uniquement de vapeur, est comprimé de la pression de vapeur saturante  $P_A = 2,8 \text{ bar}$  à la pression  $P_B = 12 \text{ bar}$ . Il passe de la température  $T_A = -10^\circ\text{C}$  à la température  $T_B$ .
- $B \rightarrow D$  est une condensation isobare : le gaz est refroidi de manière isobare jusqu'à l'état  $B'$  (vapeur saturante) puis se condense complètement, à la température  $T_D = 30^\circ\text{C}$ . La pression est maintenue constante :  $P_B = P_D$ .
- $D \rightarrow E$  est une détente adiabatique isenthalpique : l'ammoniac est détendu jusqu'à la pression  $P_E = P_A$ . On note  $x$  le titre massique en vapeur obtenu en  $E$ .
- $E \rightarrow A$  est une vaporisation isobare : sous la piste, l'ammoniac liquide se vaporise totalement sous la pression  $P_A$ .

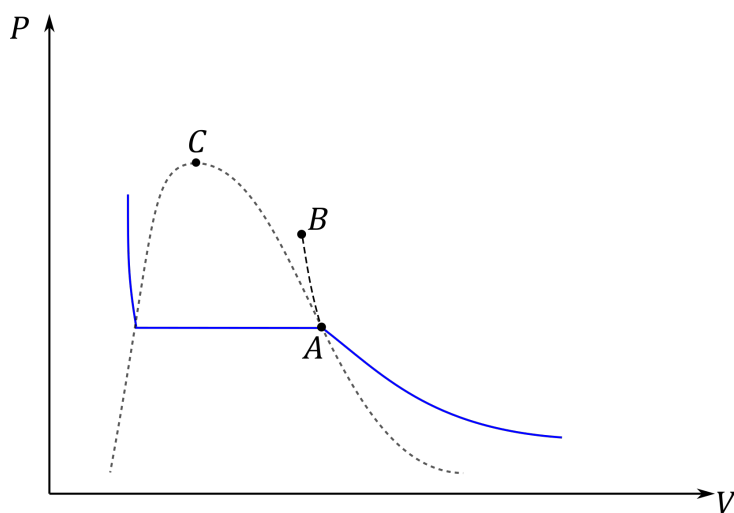


FIGURE 12 – Diagramme de Clapeyron

- Q.36** On donne dans le diagramme de Clapeyron où figurent le volume  $V$  en abscisse et la pression  $P$  en ordonnée, la position des points  $A$  et  $B$  ainsi que l'allure de l'isotherme à  $T_A$  (figure 12). Nommer la courbe en pointillés. Préciser l'état du fluide dans chaque zone. Justifier l'allure de l'isotherme.
- Q.37** Reproduire la figure 12 sur votre copie. Tracer l'isotherme à  $T_D$ . Placer les points  $B'$ ,  $D$  et  $E$ . Le cycle est-il moteur ou récepteur ?
- Q.38** Justifier que  $T_B > T_A$ . Déterminer l'expression littérale de  $T_B$ .



Dans la suite, on supposera que  $T_B$  vaut  $95^\circ\text{C}$ .

- Q.39** Que valent les transferts thermiques  $Q_{AB}$  et  $Q_{DE}$  ?
- Q.40** Exprimer le transfert thermique  $Q_{BB'}$ , entre les états  $B$  et  $B'$  en fonction des données.
- Q.41** Exprimer le transfert thermique  $Q_{B'D}$  entre les états  $B'$  et  $D$  en fonction des données. En déduire le transfert thermique  $Q_{BD}$  entre les états  $B$  et  $D$ . Faire l'application numérique.
- Q.42** Montrer que le titre massique en vapeur au point  $E$  s'écrit

$$x = \frac{c_\ell (T_D - T_A)}{\Delta h_{\text{vap}} (263 \text{ K})}$$

Faire l'application numérique.

- Q.43** En déduire le transfert thermique  $Q_{EA}$  lors de l'évaporation sous la piste de la patinoire. Faire l'application numérique.
- Q.44** Déterminer alors le travail total  $W$  fourni au fluide lors du cycle.
- Q.45** Définir, en justifiant soigneusement, l'efficacité  $e$  de la machine frigorifique puis l'exprimer en fonction de  $Q_{EA}$  et  $Q_{BD}$ . Faire l'application numérique.
- Q.46** Montrer que l'efficacité maximale  $e_{\text{max}}$  d'une machine frigorifique ditherme fonctionnant entre les températures  $T_A$  et  $T_D$  s'écrit

$$e_{\text{max}} = \frac{T_A}{T_D - T_A}$$

- Q.47** On définit le rendement  $r$  comme le rapport de l'efficacité de la machine sur l'efficacité maximale. Calculer le rendement de la machine. Commenter.

**Données utiles :**

	Pression de vapeur saturante $P_{\text{sat}}$ (bar)	Enthalpie massique de vaporisation $\Delta h_{\text{vap}}$ ( $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1}$ )
$30^\circ\text{C}$	12	$1,2 \cdot 10^3$
$-10^\circ\text{C}$	2,8	$1,3 \cdot 10^3$

— Capacité thermique massique à pression constante de l'ammoniac gazeux :

$$c_P = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

— Capacité thermique massique de l'ammoniac liquide :

$$c_\ell = 4,7 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

—  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,3$