



MINISTÈRE  
DE LA TRANSITION  
ÉCOLOGIQUE  
ET DE LA COHÉSION  
DES TERRITOIRES

*Liberté  
Égalité  
Fraternité*

# CONCOURS INTERNE D'INGENIEURS DES TRAVAUX PUBLICS DE L'ETAT

**SESSION 2023**

CODE CONCOURS INTERNE : ITPE-INT-10

**EPREUVE DE PHYSIQUE**

**(Durée : 4 heures - Coefficient 4)**

CODE EPREUVE CONCOURS INTERNE : PHYSIQUE

**Épreuve n°3** - épreuve écrite de physique

Durée : 4 heures ; coefficient 4

Une note inférieure à 5 sur 20 peut être éliminatoire.

## **À LIRE ATTENTIVEMENT AVANT DE TRAITER LE SUJET**

- Les candidats doivent remplir en totalité le bandeau situé en haut de chacune de leurs feuilles de composition (code concours, code épreuve, spécialité, y compris le numéro d'inscription communiqué dans leur convocation).
- **L'usage de la calculatrice, est autorisé.**
- Les candidats ne doivent pas faire de marge sur leur copie.
- Les candidats ne doivent faire apparaître aucun signe distinctif dans la copie, ni leur nom ou un nom fictif, ni signature ou paraphe.
- Pour rédiger, seul l'usage d'un stylo à bille noir ou bleu est autorisé. L'utilisation d'une autre couleur, pour écrire ou souligner, pouvant être considérée comme un signe distinctif proscrit.
- Aucun liquide blanc ni ruban correcteur ne doit être employé, cela peut empêcher la numérisation de la copie et par conséquent sa correction. Les ratures propres à la règle sont préférables.
- Les feuilles de brouillon ou tout autre document ne sont pas considérés comme faisant partie de la copie et ne feront pas l'objet d'une correction.

**Le non-respect des règles ci-dessus peut entraîner une sanction par le jury.**

### **Informations liminaires :**

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Les candidats sont invités à encadrer les réponses aux questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Les grandeurs complexes sont soulignées et on note  $j$  le nombre complexe tel que  $j^2 = -1$ .

Le sujet est comporté de 4 parties indépendantes.

**SUJET**

# Epreuve de physique

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Les candidats sont invités à encadrer les réponses aux questions.

Si au cours de l'épreuve, un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Les grandeurs complexes sont soulignées et on note  $j$  le nombre complexe tel que  $j^2 = -1$ .

Le sujet est comporté de 4 parties indépendantes.

## I Observation de Jupiter

Jupiter est une planète de diamètre  $d_J = 140 \cdot 10^3$  km et son orbite autour du Soleil est approximativement un cercle de rayon  $R_J = 780 \cdot 10^6$  km. L'orbite de la Terre, considérée comme circulaire également, est située dans le même plan que celle de Jupiter, mais est de rayon  $R_T = 150 \cdot 10^6$  km.

On rappelle les relations de conjugaison et de grandissement, pour une lentille de centre  $O$  et de distance focale  $f'$ , dont l'objet est  $AB$  (perpendiculaire à l'axe optique, avec  $A$  sur l'axe optique) et d'image  $A'B'$  :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \text{ et } \gamma = \frac{OA'}{OA}$$

**Q.1** Calculer numériquement l'angle maximal  $\alpha$  sous lequel est vue Jupiter depuis la Terre.

Un astronome amateur désire photographier Jupiter dans cette configuration. Il dispose d'une lunette astronomique composée d'un objectif, assimilé à une lentille convergente  $L_1$  de distance focale  $f'_1 = 2350$  mm et de diamètre  $\Phi_1 = 235$  mm et d'un capteur CCD fixé dans un tube que l'on peut faire coulisser afin de faire la mise au point.

Il place le centre de Jupiter sur l'axe optique de  $L_1$ .

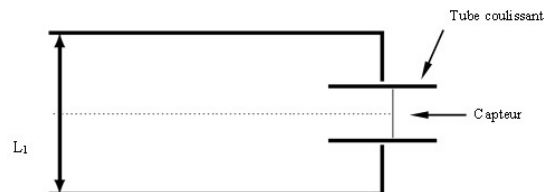


FIGURE 1

On se place dans les conditions de Gauss.

**Q.2** A quelle distance de  $L_1$  faut-il placer le capteur pour avoir une image nette ?

Le capteur CCD est un rectangle de surface  $9,63 \text{ mm}^2$  comportant  $N = 307200$  pixels carrés.

**Q.3** Calculer la taille d'un pixel, notée  $\varepsilon$  par la suite. Si le capteur est placé, quelle est la taille de Jupiter sur le capteur ? On précisera la taille en pixels du diamètre de l'image de Jupiter.

La mise au point n'a pas été bien réalisée : le capteur est décalée d'une distance notée  $\delta$  par rapport à la position idéale déterminée précédemment.  $\delta$  est une grandeur algébrique et pourra donc être positive ou négative.

- Q.4** A l'aide d'un schéma, expliquer quelle est la forme et la taille notée  $\varepsilon_2$  de l'image sur le capteur d'un point situé au centre de Jupiter. On exprimera  $\varepsilon_2$  en fonction de  $D_1$ ,  $f'_1$  et  $\delta$ .
- Q.5** En déduire la valeur maximale autorisée pour  $\delta$  pour que la mauvaise position du capteur n'ait aucune incidence sur la netteté de l'image formée sur le capteur.

L'astronome fixe dans le tube coulissant, à une distance  $D = 200$  mm en amont du capteur, une lentille divergente  $L_2$  de distance focale  $f'_2$ . Le tube peut coulisser, la distance  $D$  étant fixe.

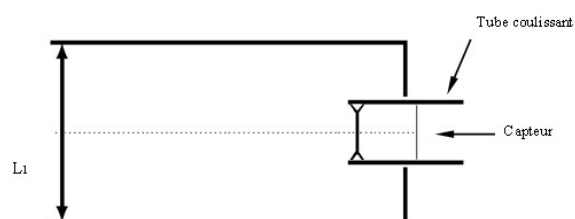


FIGURE 2

On admet que le foyer image de  $L_1$   $F'_1$  est situé entre  $L_2$  et le capteur.  
On note  $D_{12}$  la distance entre les deux lentilles.

- Q.6** Le grandissement dû à  $L_2$  est-il positif ou négatif ? Jupiter apparaît-elle renversée ou droite ?
- Q.7** Calculer numériquement  $D_{12}$  et  $f'_2$  pour que Jupiter apparaisse trois fois plus grande que précédemment.

L'astronome utilise à présent une lunette astronomique, pour une observation directe à l'œil nu. Cette lunette se compose d'une lentille convergente  $L_3$ , appelée objectif, de distance focale  $f'_3 = 1$  m et d'une autre lentille convergente  $L_4$  appelée oculaire, de distance focale  $f'_4 = 20$  cm.

La lunette est réglée de manière afocale. Le centre du Jupiter est placé sur l'axe optique de la lunette.

- Q.8** Rappeler ce que veut dire "afocal", et la conséquence sur les positions de  $F'_3$ , foyer image de  $L_3$  et  $F_4$ , foyer objet de  $L_4$ .
- Q.9** Quel est le grossissement de la lunette ? Quelle est l'inclinaison maximale des rayons lumineux en sortie de la lunette ? On s'aidera d'un tracé des rayons.

On souhaite redresser l'image. Pour cela, on intercale entre l'objectif et l'oculaire une nouvelle lentille convergente  $L_5$ , de distance focale notée  $f'_5 = 30$  cm.

Il souhaite toujours régler la lunette de manière afocale et veut également que la planète apparaisse deux fois plus grosse que précédemment. Il peut si besoin rapprocher ou éloigner l'oculaire.

- Q.10** Quelle doit être l'image de  $F'_3$  par  $L_5$  ?
- Q.11** A quelle distance de l'objectif faut-il placer  $L_5$  et l'oculaire ?
- Q.12** Si, lors d'un choc sur la lunette, l'oculaire vient à se rapprocher un peu de l'objectif, l'astronome peut-il encore faire une observation nette à l'œil nu ?

## II Accordeur pour instruments à cordes

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur pour instruments à cordes. La problématique est la suivante.

- La guitare comporte six cordes : Mi grave, La, Ré, Sol, Si, Mi aigu.
- Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées  $f_{ac}$  sont données dans le tableau 1.

Corde	Fréquence $f_{ac}$ (Hz)
Mi grave	82,4
La	110,0
Ré	146,8
Sol	196
Si	246,9
Mi aigu	329,6

TABLE 1 – Fréquences fondamentales de vibration des cordes de guitare

- On souhaite accorder une corde légèrement désaccordée : on notera  $f_{co}$  la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question.

### Principe de l'accordeur

- Sélection de la corde à accorder (donc  $f_{ac}$  est fixée).
- Création d'un signal carré de référence de fréquence  $f_{ac}$  avec un oscillateur de type astable.
- Enregistrement du signal  $u_e(t)$  provenant de l'excitation de la corde à accorder : signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence  $f_{co}$ .
- Amplification et filtrage de ce signal.
- Extraction de la composante fondamentale du signal : obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence  $f_{co}$  par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence.
- Mise en forme de ce signal : obtention d'un signal carré de fréquence  $f_{co}$ .
- On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives  $f_{ac}$  et  $f_{co}$ . Dans les accordeurs récents le traitement est numérique : les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand  $f_{co} = f_{ac}$ .

Ce principe général est schématisé sur la figure 3.

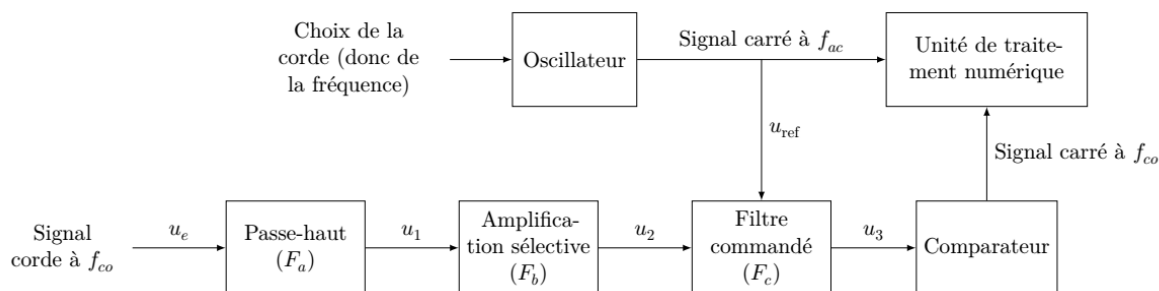


FIGURE 3 – Principe de fonctionnement de l'accordeur de guitare

Ce problème s'intéresse au traitement du signal venant de la corde.

## II.1 Le signal

La figure 4 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique.

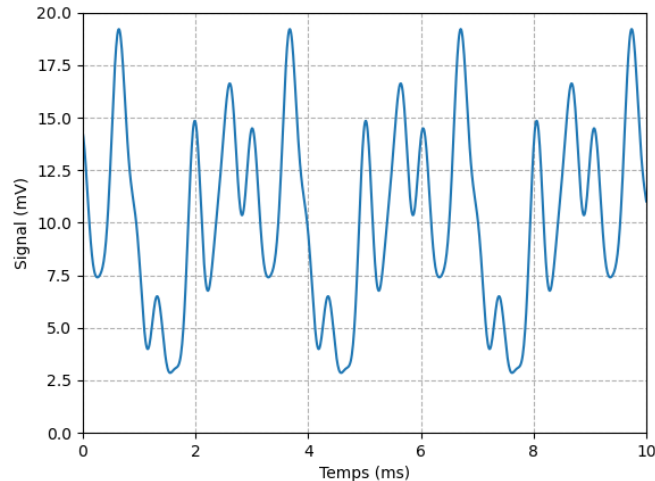


FIGURE 4 – Signal de la guitare

**Q.13** Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.

**Q.14** De quelle corde de guitare s'agit-il ? Quelle sera l'allure de l'analyse spectrale de ce signal ?

## II.2 Premier filtre

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 5.

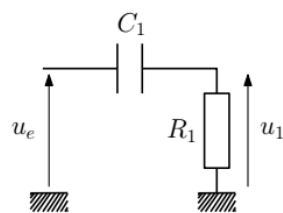


FIGURE 5 – Filtre ( $F_a$ )

**Q.15** De quel type de filtre s'agit-il ? Déterminer la fonction de transfert  $H$  associé à ce filtre et préciser l'expression de la pulsation de coupure  $\omega_{c,1}$ . Tracer le diagramme de Bode asymptotique relatif au gain.

**Q.16** On a choisi  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$  et  $C_1 = 100 \text{ nF}$ . Calculer la fréquence de coupure  $f_{c,1}$  de ce filtre. Au vu de l'allure du signal de la figure 3, quel est le rôle de ce premier filtre ?

## II.3 Deuxième filtre

En sortie du filtre de la figure 5 le signal  $u_1(t)$  est envoyé sur le filtre de la figure 6.

Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire : les courants d'entrée sont nuls et les potentiels des entrées  $V_+$  et  $V_-$  sont égaux.

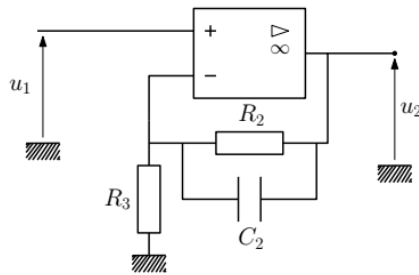


FIGURE 6 – filtre ( $F_b$ )

**Q.17** Déterminer la fonction de transfert  $\underline{H}_2$  de ce filtre en fonction de  $R_2$ ,  $R_3$  et  $C_2$ . L'écrire sous la forme

$$\underline{H}_2 = 1 + \frac{G_0}{1 + j\omega/\omega_2}$$

Préciser les expressions de  $G_0$  et  $\omega_2$ .

**Q.18** Calculer numériquement la fréquence caractéristique  $f_2$  correspondant à  $\omega_2$  si  $R_2 = 680 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 6 \text{ k}\Omega$  et  $C_2 = 470 \text{ pF}$  ainsi que son gain  $G_0$ . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

## II.4 Filtrage (très) sélectif commandé

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale  $f_{co}$  du signal  $u_2$ , dont la valeur est a priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur ( $f_{ac}$ ) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigüe que l'on souhaite accorder.

Le principe du filtre ( $F_c$ ) est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence  $f_{ac}$ .

La figure 7 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre ( $F_c$ ) tracé à deux échelles différentes.

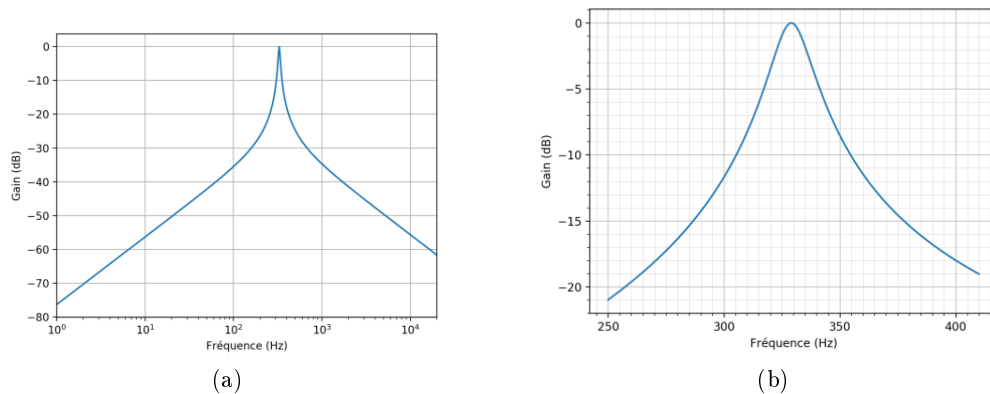


FIGURE 7 – Diagramme de Bode en gain du filtre ( $F_c$ )

**Q.19** De quel type de filtre s'agit-il ?



**Q.20** On propose 3 fonctions de transfert :

$$\underline{H}_1 = \frac{H_0}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

$$\underline{H}_2 = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

$$\underline{H}_3 = \frac{-H_0 \cdot \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 + j \frac{\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Préciser les valeurs numériques des paramètres  $H_0$ ,  $Q$  et  $\omega_0$ . On précisera le raisonnement suivi.

La figure 8 correspond au spectre du signal d'entrée  $u_e$  représenté sur la figure 3.

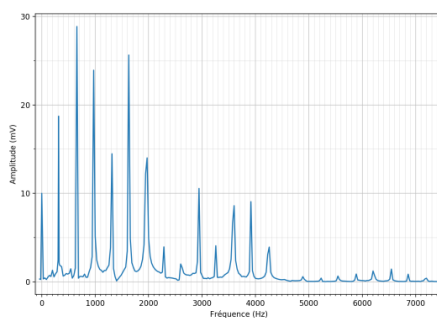


FIGURE 8 – Spectre du signal d'entrée

**Q.21** Justifier qu'il est cohérent qu'il s'agisse du spectre du signal de la figure 3.

**Q.22** En le justifiant soigneusement, dire quel spectre de la figure 9 correspond à la sortie du premier filtre ( $F_a$ ). Même question, pour la sortie du filtre ( $F_b$ ).

**Q.23** Si la corde est désaccordée à  $f_{co} = 315$  Hz, tracer l'allure du spectre du signal en sortie du filtre ( $F_c$ ). Tracer avec soin l'allure du signal (temporel) correspondant.

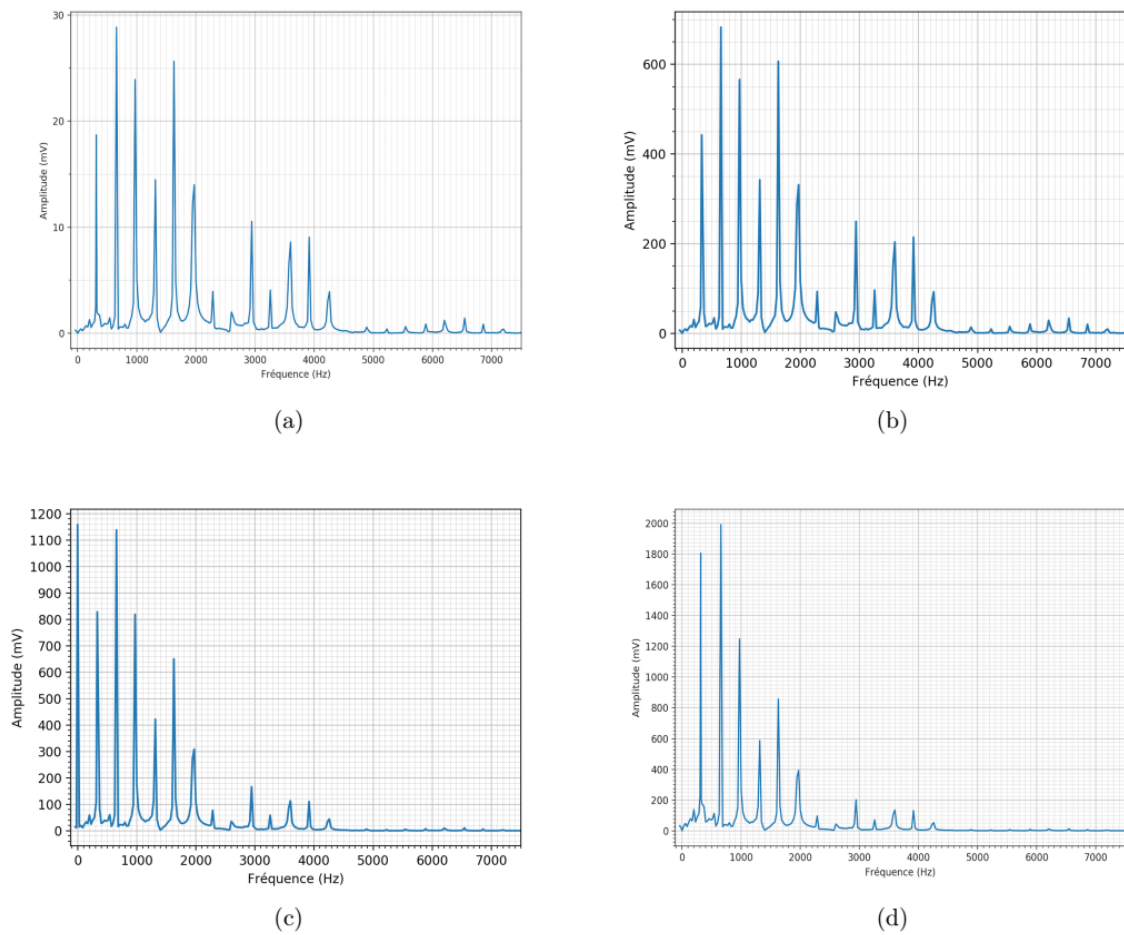


FIGURE 9 – Spectres

### III Freinage par courants de Foucault

On s'intéresse au dispositif de freinage d'une roue. Celle-ci est constituée de  $N$  rayons conducteurs identiques. Les extrémités des rayons sont en contact électrique avec la circonférence d'un cercle de résistance nulle et avec le centre  $O$  de la roue. Ils sont régulièrement répartis sur la circonférence du cercle.

On note  $L$  la longueur d'un rayon et  $R$  sa résistance.

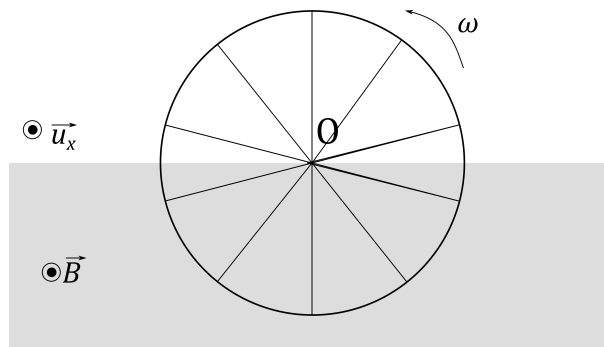


FIGURE 10

Un champ magnétique uniforme et permanent  $\vec{B} = B\vec{u}_x$  est créé dans le demi-espace  $z < 0$ . Pour simplifier, on ne se préoccupera pas de la discontinuité du champ magnétique à la traversée du plan d'équation  $z = 0$ .

La disposition de la roue dans l'espace est telle que sa moitié inférieure est immergée dans le champ magnétique alors que sa moitié supérieure n'est soumise à aucun champ magnétique.

La roue est en rotation autour de l'axe  $Ox$  à la vitesse angulaire  $\omega(t)$ . On note  $J$  son moment d'inertie par rapport à  $Ox$ , les frottements mécaniques et fluides sont négligés.

Compte tenu de la symétrie de rotation de la roue, on admet que

- chaque rayon immergé dans le champ magnétique est parcouru par un courant d'intensité  $i_0(t)$  orienté du centre vers la circonférence ;
- chaque rayon non plongé dans le champ magnétique est parcouru par un courant d'intensité  $i_1(t)$  orienté du centre vers la circonférence.

A  $t = 0$ , la vitesse angulaire de rotation est  $\omega(t = 0) = \omega_0$ .

**Q.24** Expliquer pourquoi il existe un courant induit dans les rayons de la roue.

**Q.25** Rappeler l'expression de la force de Laplace élémentaire s'exerçant sur un élément de longueur  $d\vec{\ell}$  d'un rayon. Donner alors l'expression du moment élémentaire sur  $(Ox)$ , noté  $d\Gamma_L$ . En déduire que le moment s'exerçant sur un rayon plongé dans le champ magnétique s'écrit

$$\Gamma_L = -\frac{L^2 B}{2} i_0(t)$$

**Q.26** Proposer un circuit électrique équivalent à la roue. On notera  $e$ , la force électro-motrice qui apparaît aux bornes d'un rayon plongé dans le champ magnétique  $\vec{B}$ . En déduire que  $i_0 = -i_1$ .

**Q.27** Justifier que

$$e \cdot i_0 + \Gamma_L \cdot \omega = 0$$

En déduire l'expression de  $e$  puis celle de  $i_0$ .

**Q.28** Montrer alors que

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{\tau} = 0$$

où on précisera l'expression et la dimension de  $\tau$ .

**Q.29** Déterminer alors  $\omega(t)$  et  $i_0(t)$ . Tracer les deux graphes correspondants.

**Q.30** Ce dispositif de freinage par courant de Foucault est utilisé en complément de freins à disques classiques. Quels sont ces avantages et ces inconvénients ?

## IV Pompe à chaleur

On considère une pompe à chaleur effectuant un cycle entre une source froide à  $T_0 = 273 \text{ K}$  et une source chaude à  $T_1 = 292 \text{ K}$ .

**Q.31** Quelles doivent être les transformations du fluide si on souhaite effectuer un cycle de Carnot réversible entre ces températures ?

**Q.32** Établir alors l'expression de l'efficacité  $e_C$  de la pompe en fonction de  $T_0$  et  $T_1$ , effectuer l'application numérique.

On effectue en fait le cycle de Joule suivant :

- l'air à la température  $T_0$  et de pression  $P_0$  (point  $A$ ) est comprimé suivant une adiabatique réversible jusqu'à atteindre une pression  $P_1$  (point  $B$ ) ;

- l'air se refroidit à pression constante au contact de la source chaude jusqu'à être à la température  $T_1$  (point  $C$ );
- l'air passe ensuite dans une turbine où il se refroidit en effectuant une détente adiabatique réversible jusqu'à la pression  $P_0$  (point  $D$ );
- l'air se réchauffe à pression constante au contact de la source froide et revient à son état initial.

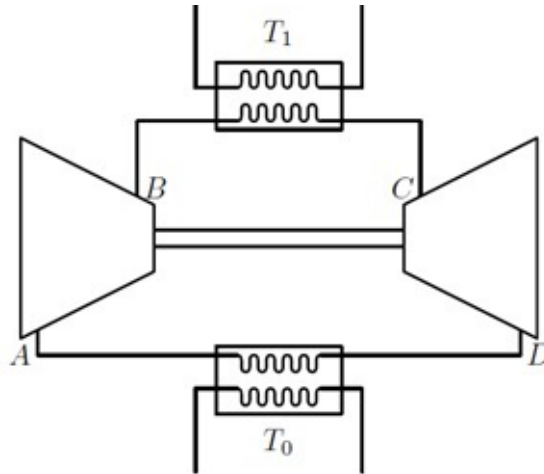


FIGURE 11

**Hypothèses :**

- La turbine et le compresseur sont reliés par le même arbre moteur.
- L'air est un gaz parfait de coefficient  $\gamma = 1,4$ .
- On posera  $\beta = 1 - \frac{1}{\gamma}$  et  $a = P_1/P_0$ .
- On prendra  $a = 5$  pour les applications numériques.
- Enthalpie (ou chaleur latente) de fusion de la glace à  $0^\circ\text{C}$   $L = 330 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Pour  $n$  moles de gaz parfait subissant une transformation de  $(P_i, V_i, T_i)$  à  $(P_f, V_f, T_f)$ , la variation d'entropie s'écrit

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_f}{T_i} - nR \ln \frac{P_f}{P_i}$$

- Q.33** Représenter le cycle parcouru par une mole d'air dans un diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ).
- Q.34** Exprimer les températures  $T_B$  et  $T_D$  des points  $B$  et  $D$ , en fonction de  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $a$  et  $\beta$ . Effectuer les applications numériques. Expliquer pourquoi l'air se refroidit au contact de la source chaude et se réchauffe au contact de la source froide.
- Q.35** Définir l'efficacité  $e$  de la pompe à chaleur en fonction de grandeurs à choisir parmi les suivantes :  $W_{AB}$ ,  $W_{BC}$ ,  $W_{CD}$ ,  $W_{DA}$ ,  $W$  (égal à la somme des travaux précédents),  $Q_{AB}$ ,  $Q_{BC}$ ,  $Q_{CD}$ ,  $Q_{DA}$ ,  $Q$  (égale à la somme des transferts thermiques précédents) et l'exprimer en fonction de  $a$  et  $\beta$ . Calculer sa valeur numérique.
- Q.36** Expliquer pourquoi  $e$  est différent de  $e_c$ .

- Q.37** On pose  $x = \frac{T_0}{T_1} a^\beta$ . Exprimer l'entropie créée  $s_c$  lorsqu'une mole d'air parcourt le cycle, en fonction de transferts thermiques et de  $T_0$  et  $T_1$ . Montrer que l'on peut écrire  $s_c$  sous la forme

$$s_c = \frac{R}{\beta} \left( x + \frac{1}{x} - 2 \right)$$

Effectuer l'application numérique.

- Q.38** Existe-t-il des valeurs de  $x$  positives rendant négative l'expression précédente ?
- Q.39** La pompe à chaleur est utilisée pour maintenir l'intérieur d'une maison à  $19^\circ\text{C}$ . L'extérieur est à  $0^\circ\text{C}$ , on considère que la source froide est un mélange eau-glace à  $0^\circ\text{C}$ . Les fuites thermiques s'élèvent à  $20\text{ kW}$ . Quelle est la puissance mécanique que doit fournir la machine ? Quelle masse de glace est formée en une heure ?