

CONCOURS INTERNE POUR LE RECRUTEMENT :

- **d'INGÉNIEURS DES ÉTUDES ET DE L'EXPLOITATION DE
L'AVIATION CIVILE (I.E.E.A.C)**

&

- **d'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AERIENNE
(I.C.N.A)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

PHYSIQUE

Durée : 3 heures

IEEAC : Coefficient : 3

ICNA : Coefficient : 2

Cette épreuve comporte :

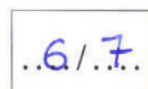
- 1 page de garde (recto)
- 1 page d'instruction (recto)
- 1 page d'avertissement (recto)
- 5 pages de sujet numérotées de 1 à 7 (recto-verso)

TOUT DISPOSITIF ELECTRONIQUE EST INTERDIT (EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

- 1) Vous devez composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille ou feutre à encre foncée bleue ou noire.
- 2) Les effaceurs correcteurs (comme le tippex) sont interdits car ils peuvent laisser des résidus sur les vitres du scanner lors de la numérisation des copies.
- 3) Numéroté chaque page de composition pour faciliter la correction de la copie (il n'est pas nécessaire de numéroté les pages entièrement blanches) dans la zone prévue en bas à droite de chaque copie.

Par exemple, pour la 6^e page d'une copie comportant 7 pages de composition et une page blanche, numéroté ainsi la page 6 sur 7 :



- 4) Vous devez composer uniquement sur les supports de composition officiels pour l'épreuve.
- 5) Aucun brouillon ne sera ramassé.

AVERTISSEMENT

L'utilisation des calculatrices est interdite.

Les applications numériques seront effectuées et exprimées avec 2 chiffres significatifs afin d'avoir une idée de la grandeur physique attendue.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les candidats travailleront avec les expressions littérales et n'effectueront l'application numérique qu'à la fin. Les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Les candidats répartiront équitablement leur temps entre les trois exercices qui constituent cette épreuve. Le premier exercice porte sur la modélisation d'un haut-parleur, le second sur un densimètre à bière et le dernier sur l'électrostatique.

EXERCICE n°1 : LE HAUT-PARLEUR

I PREAMBULE : Rails de LAPLACE

Dans cette première partie, on travaille en coordonnées cartésiennes dans la base $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Un courant d'intensité $i(t)$ traverse une barre (MN), parallèle à l'axe (Ox), de longueur l .

La barre est plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_y$.

Elle se déplace sans frottement à la vitesse $\vec{v}(t) = \frac{dz(t)}{dt} \vec{e}_z$ sur deux rails parallèles à l'axe (Oz).

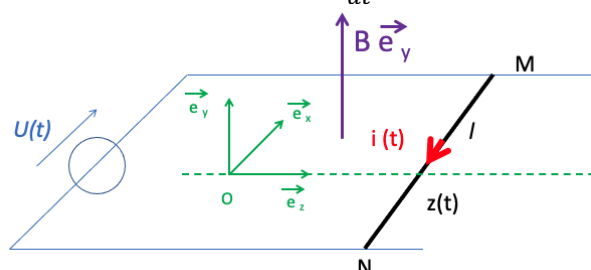


Figure 1

Q1) Exprimer la force de Laplace $\vec{F}_L$ qui s'applique sur la portion de rail MN.

Q2) Rappeler la loi de Lenz.

Exprimer la force électromotrice induite $e_{MN} = V_N - V_M$ dans la portion de fil MN.

Q3) Recopier le schéma de la figure 1 en précisant la force de Laplace $\vec{F}_L$ pour $i(t) > 0$ et la force électromotrice induite e_{MN} pour $\frac{dz(t)}{dt} > 0$.

II MODELISATION DU HAUT PARLEUR

Le haut-parleur électrodynamique est un système à symétrie cylindrique et on travaille dans la base $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{e}_z)$.

L'aimant immobile d'axe (Oz) crée un champ magnétique $\vec{B} = B \vec{u}_r$ radial et uniforme dans l'entrefer.

Une bobine **B** indéformable comportant N spires de rayon r est libre de se déplacer dans l'entrefer. Elle présente une résistance électrique R et une inductance propre L .

La bobine est alimentée par une source de tension $u(t)$.

Une membrane **M** souple lui est attachée. Elle se déplace suivant l'axe z .

Le mouvement de la membrane dans l'air engendre une force de frottement fluide $\vec{f} = -\alpha \vec{v}(t)$

L'ensemble **B** et **M** présente une masse m et est relié au bâti par un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . Au repos, la position de la membrane correspond à l'origine O .

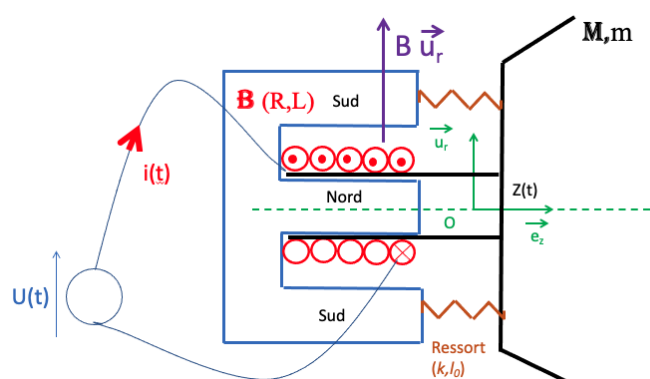


Figure 2

Q4) Exprimer la force de Laplace résultante sur la bobine $\vec{F}_L$ en fonction de N, r, B et $i(t)$.
Par analogie avec les rails de Laplace, exprimer la force électromotrice induite e_{MN} en fonction de N, r, B et $\frac{dz(t)}{dt}$.

Q5) Par application du principe fondamental de la dynamique appliqué à l'ensemble bobine-membrane, établir l'équation différentielle reliant $z(t)$ et $i(t)$ et leurs dérivées.

Q6) Mettre l'équation sous la forme :

$$\frac{d^2 z(t)}{dt^2} + a \frac{dz(t)}{dt} + b z(t) = c i(t) \quad (E_1)$$

Identifier a, b et c en fonction des paramètres de l'énoncé : m, k, α, N, r et B .

Q7) Par application d'une loi des mailles à l'ensemble générateur bobine, établir l'équation différentielle reliant $u(t), i(t)$ et $z(t)$ et leurs dérivées.

Q8) Mettre l'équation sous la forme :

$$u(t) = a' \frac{di(t)}{dt} + b' i(t) + c' \frac{dz(t)}{dt} \quad (E_2)$$

Identifier a', b' et c' en fonction des paramètres de l'énoncé : L, R, N, r et B .

III SCHEMA ELECTRIQUE EQUIVALENT

On se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω . On utilisera la notation complexe qui à une fonction sinusoïdale $x(t) = X_0 \cos(\omega t + \varphi)$ associe le complexe $\underline{x}(t) = \underline{X_0} e^{j\omega t}$ avec $\underline{X_0} = X_0 e^{j\varphi}$.

On prend la tension comme origine des phases $u(t) = U_0 \cos(\omega t)$

Q9) Montrer, en combinant les équations (E₁) et (E₂), que l'ensemble bobine-générateur peut se représenter sous la forme d'un modèle électrique avec une impédance décrite par la figure 3.

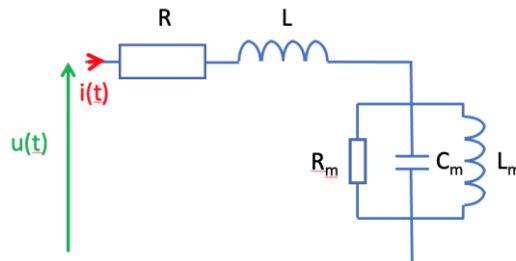


Figure 3

Q10) Exprimer R, L, R_m, C_m et L_m en fonction de a, b, c, a', b' et c' .

Q11) Montrer que la résistance, la capacité et l'inductance, dites motionnelles, s'écrivent :

$$R_m = \frac{(2\pi r N B)^2}{\alpha}, \quad C_m = \frac{m}{(2\pi r N B)^2}, \quad L_m = \frac{(2\pi r N B)^2}{k}$$

Q12) Établir que l'impédance du dipôle équivalent se met sous la forme :

$$\underline{Z} = R + jL\omega + \frac{Z_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Identifier Z_0, Q et ω_0 .

IV EXPLOITATION EXPERIMENTALE

Q13) Proposer un protocole expérimental (avec schéma, appareil de mesures et principe d'exploitation) permettant de déterminer l'impédance du haut-parleur.

On pourra utiliser une résistance supplémentaire, de l'ordre de quelques dizaines d'ohms, un oscilloscope et/ou des multimètres.

Q14) Quelle est la bande passante d'un oscilloscope ? Quelle est celle d'un multimètre ?

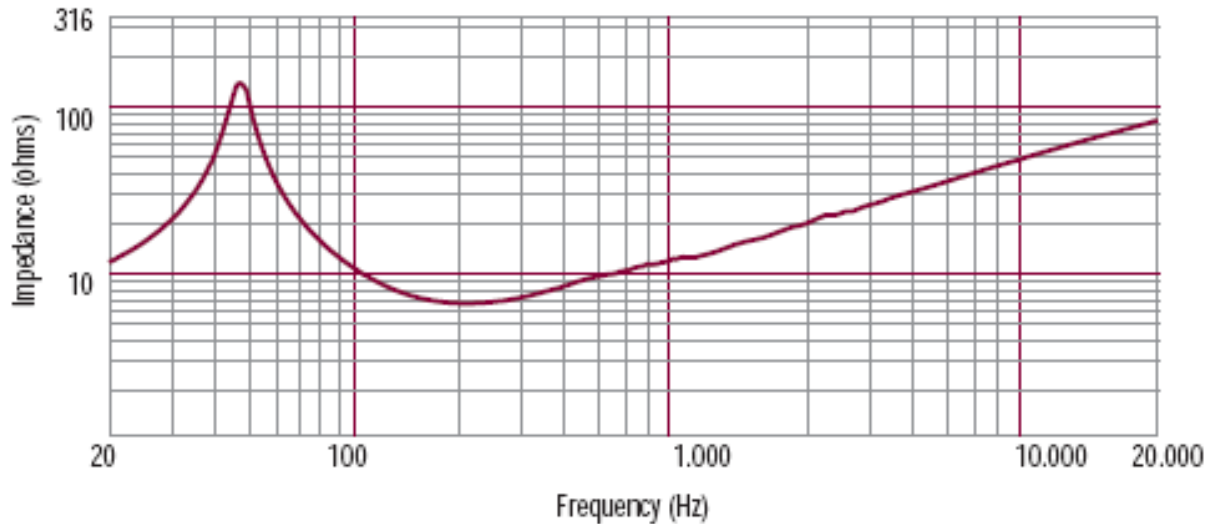


Figure 4

Q15) En utilisant la courbe expérimentale de la figure 4 donnant le module de l'impédance Z en fonction de la fréquence en échelle log-log, déterminer, en expliquant votre démarche, les valeurs de R , L et ω_0 .

Q16) Pour déterminer les valeurs de k et m , on va faire varier la masse de la membrane en ajoutant sur la membrane une petite masse m' .

Quelle est alors la nouvelle pulsation de résonance ?

Quelle courbe tracer pour obtenir une droite expérimentale permettant de déterminer séparément k et m ? On expliquera clairement la démarche.

Supposons que $m = 15$ g, estimer les valeurs de k et de la compliance de suspension $C = 1/k$.

EXERCICE n°2 : DENSIMETRE

Un densimètre est un instrument de mesure de la densité d'un liquide. Cet objet flottant ressemble à un bouchon de pêche à la ligne gradué le long de son corps, lesté dans le fond afin de le maintenir à la verticale (voir photo de la figure a ci-dessous).

Le densimètre permet de connaître précisément la concentration de sucres présents dans le moût. C'est un instrument indispensable au brassage.

La densité d'un liquide est définie par le rapport de la masse volumique du liquide sur celle de l'eau. La densité spécifique est égale à mille fois la densité. Les densimètres sont généralement gradués en densité spécifique de 1000 à 1100 (1000 étant la densité de référence de l'eau distillée à température d'étalonnage du densimètre, généralement 20°C).

Le moût contenant des sucres en proportions variables, sa densité va être ainsi plus importante que celle de l'eau. On constate généralement des densités de moût avant fermentation allant entre 1040 et 1100. Plus la valeur est élevée, plus le moût est chargé en sucres et la bière sera alcoolisée. Après fermentation, la bière aura toujours une densité plus élevée que l'eau car il y demeure des sucres résiduels qui forment le corps de la bière. La densité finale d'une bière varie selon les types de levures utilisées, la concentration en malt... On y trouve généralement une valeur comprise entre 1005 et 1020 après fermentation.



Figure a

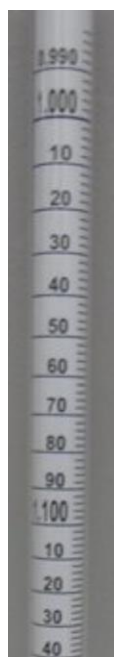


Figure b



Figure c

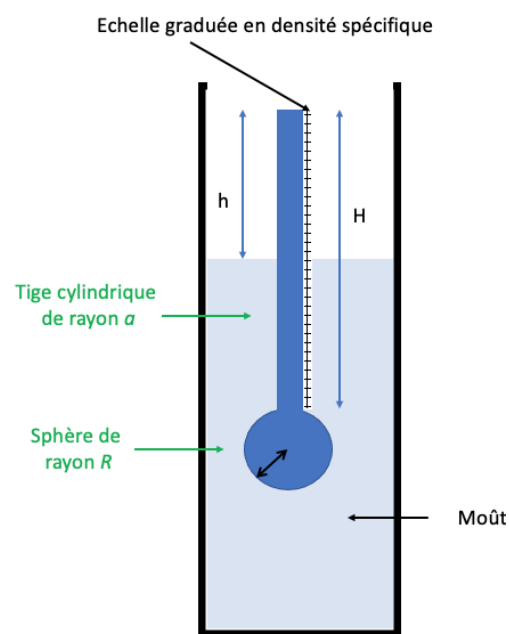


Figure d

Il est basé sur le principe d'Archimède.

On modélise le densimètre par une tige cylindrique de rayon a , de hauteur H et d'une boule lestée de rayon R . L'ensemble présente une masse m . (Figure d)

Lorsque le densimètre est plongé dans un liquide au repos de densité d , une certaine hauteur h dépasse du liquide. On peut alors lire directement la densité sur l'échelle graduée (Figure b).

On désire ici faire le lien entre h et d

On note g l'accélération de pesanteur.

Pour les applications numériques on prendra :

$a = 5 \text{ mm}$, $H = 30 \text{ cm}$, $R = 2 \text{ cm}$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ et $m = 20 \text{ g}$.

Q1) Exprimer le volume V , la masse volumique ρ_0 et le poids P du densimètre en fonction des paramètres du modèle.

Calculer la densité d_0 du densimètre.

Q2) Énoncer le théorème d'Archimède

Q3) Quelle est la masse volumique de l'eau ρ_e et de l'air ρ_a ?

Justifier que l'on puisse négliger l'action de l'air.

Q4) Le densimètre flotte dans le moût de masse volumique ρ_m comme sur le schéma de la figure d. Exprimer la poussée d'Archimède $\vec{F}_p$ en fonction de ρ_m , g , V , h et a .

Q5) On plonge le densimètre dans de l'eau à 20°C . On note h_0 la hauteur immergée. Faire un schéma détaillé avec les différentes forces appliquées, leurs points d'application et la hauteur h_0 .

Quelle est la lecture de la densité spécifique ?

Exprimer la force de poussée $\vec{F}_{p0}$ en fonction de ρ_e , g , V , h_0 et a .

Quel est l'importance de la boule lestée ?

Q6) Établir la relation reliant h , h_0 , ρ_m , ρ_0 et ρ_e .

En déduire la relation reliant h - h_0 à la densité d_m du moût, la densité d_0 du densimètre et à h_0 .

Commenter le résultat précédent par rapport à la nature de l'échelle.

Q7) On effectue un développement limité de d_m . On pose $d_m = 1 + \delta$.

Montrer que $h - h_0 = \frac{d_0 h_0}{1 - d_0} \delta$.

Commenter.

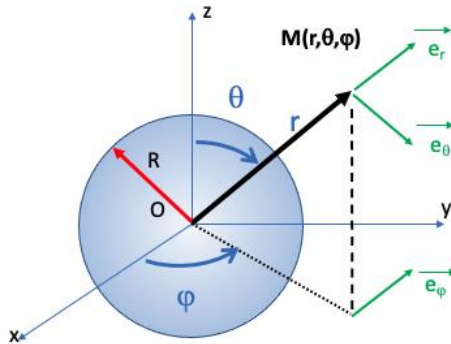
Si on prend $h_0 = 2 \text{ cm}$, calculer h dans le cas de la photo de la figure c. Ce résultat vous semble-t-il cohérent ?

EXERCICE n°3 : ELECTROSTATIQUE

On considère en régime stationnaire une répartition de charges à symétrie sphérique de centre O, de charge volumique $\rho(M,t)=\rho(r)$ inconnue pour $r \in [0, R]$ avec R une constante.

Sur $[R, +\infty[$, on a du vide.

A partir de mesures du champ électrique, on désire trouver l'expression de la charge volumique locale et la charge totale contenue dans la sphère de rayon R.



I GENERALITE

Q1) En statique, rappeler les deux équations de Maxwell locales vérifiées par le champ électrique $\vec{E}(M)$ et préciser leurs noms.

Q2) Comment se nomme la constante qui apparaît dans l'une des équations précédentes ? Quelle est son unité ? Quelle est sa valeur ?

Q3) Quelle propriété sur le champ électrique $\vec{E}(M)$ peut-on déduire de l'autre équation ? Montrer qu'il apparaît une fonction scalaire $V(M)$.

Q4) Par une étude rigoureuse, montrer que le champ électrique peut se mettre sous la forme $\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r$.

Pour la suite de l'exercice, on prendra :

$$E(r) = E_0 \text{ sur } [0, R]$$

$$E(r) = E_0 \frac{R^2}{r^2} \text{ sur } [R, +\infty[$$

où E_0 est une constante positive.

II POTENTIEL

La distribution de charges étant finie, on impose par convention que :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (V(r)) = 0$$

Q5) Établir l'équation différentielle reliant $V(r)$ à $E(r)$.

Q6) Résoudre cette équation dans les deux domaines de définition.

Q7) Tracer avec soin l'allure de $V(r)$.

III CHARGE

Afin de trouver la charge volumique locale, nous allons effectuer un bilan de charges.

Q8) Quelle est la charge contenue dans une couche sphérique de centre O comprise entre les sphères de rayon r et $r + dr$?

Q9) A l'aide du théorème de Gauss dont vous rappellerez l'énoncé, montrer que :

$$\text{div}(E(r)\vec{e}_r) = \frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 E(r))}{dr}$$

Q10) Déterminer $\rho(r)$.

Q11) Tracer avec soin $\rho(r)$.

Q12) Quelle est la charge totale Q_0 contenue dans la sphère de rayon R ?

Q13) Établir que, pour r supérieur à R , le champ créé par la distribution de charges est équivalent à celui d'une charge ponctuelle Q_0 placée en O.

FIN